

VILLAMOSSÁGTAN

Szerzők:

Haluska János (11. fejezet)

Kővári Attila (1-10 fejezetek)

Tartalomjegyzék

1	Elektrosztatikai alapfogalmak, elektromos mező	5
1.1	Elektrosztatika , töltés	5
1.2	Elektromos mező, térerősség	5
1.3	Coulomb törvény	6
1.4	Permittivitás, dielektromos állandó	7
1.5	Elektromos erővonalak	7
1.6	Homogén elektromos mező	8
1.7	Elektromos mező munkája	9
1.8	Feszültség.....	9
1.9	Potenciál.....	10
1.10	Elektromos megosztás, feltöltött vezető	10
1.11	Kapacitás.....	10
1.12	Ellenőrző kérdések	11
2	Kondenzátorok	12
2.1	Kondenzátor.....	12
2.2	Síkkondenzátor.....	12
2.3	Dielektromos polarizáció	13
2.4	Relatív permittivitás, relatív dielektromos állandó	13
2.5	Földelés	14
2.6	Árnyékolás.....	14
2.7	Átütési szilárdság.....	14
2.8	Eredő kapacitás	15
2.9	Kondenzátorok párhuzamos kapcsolása	15
2.10	Kondenzátorok soros kapcsolása	15
2.11	Kondenzátor energiája.....	16
2.12	Ellenőrző kérdések	16
3	Áram, Ohm törvénye, ellenállás, áramforrások	17
3.1	Elektromos áram, áramerősség, egyenáram.....	17
3.2	Ellenállás, Ohm törvény	17
3.3	Fajlagos ellenállás.....	18
3.4	Vezetőképesség, fajlagos vezetőképesség	18
3.5	Fajlagos ellenállás hőfokfüggése.....	18
3.6	Joule törvény	19
3.7	Ellenállások soros kapcsolása.....	19
3.8	Ellenállások párhuzamos kapcsolása	20
3.9	Csillag-háromszög kapcsolat	20
3.10	Ellenállások vegyes kapcsolása	21
3.11	Áramforrások (galvánelemek).....	21
3.12	Belső ellenállás, kapocsfeszültség.....	21
3.13	Áramforrások soros kapcsolása	22
3.14	Áramforrások párhuzamos kapcsolása.....	23
3.15	Ellenőrző kérdések	24
4	Egyenáramú hálózatok (Direct Current – DC).....	25
4.1	Hálózat, hálózati komponensek, kétpólus, rendszer.....	25
4.2	Áram és feszültség iránya	25
4.3	Források	25
4.4	Rövidzár, szakadás.....	26
4.5	Feszültségosztó	26
4.6	Áramosztó	27

4.7	Thevenin tétel	27
4.8	Norton tétel	28
4.9	Szuperpozíció	28
4.10	Kirchhoff I. törvénye: csomóponti potenciálok	28
4.11	Kirchhoff II. törvénye: hurokáramok.....	29
4.12	Teljesítményillesztés.....	30
4.13	Ellenőrző kérdések	31
5	Mágnesesség	32
5.1	Mágneses mező, mágnes	32
5.2	Mágneses indukció, Lorentz-erő	32
5.3	Mágneses fluxus	34
5.4	Mágneses permeabilitás	35
5.5	Relatív permeabilitás	35
5.6	Biot-Savart-törvény.....	35
5.7	Végtelen hosszú vezető mágneses tere	36
5.8	Hosszú egyenes tekercs mágneses tere	36
5.9	Körtekercs mágneses tere	36
5.10	Körvezető mágneses tere	37
5.11	Mágneses térerősség	37
5.12	Amper-törvény	37
5.13	Mozgó töltésre ható erő	38
5.14	Mozgási indukció.....	38
5.15	Lenz-törvénye mozgási indukcióra.....	38
5.16	Elektromágneses indukció	39
5.17	Lenz-törvénye nyugalmi indukcióra.....	39
5.18	Kölcsönös induktivitás	39
5.19	Önindukció.....	40
5.20	Transzformátor	40
5.21	Mágneses mező energiája	42
5.22	Ellenőrző kérdések	42
6	Váltakozóáramú hálózatok (Alternating Current – AC)	44
6.1	Szinuszosan váltakozó feszültség és áram előállítása	44
6.2	Effektív érték	45
6.3	Középértékek, formatényező, csúcstényező	46
6.4	Szinuszosan váltakozó mennyiségek vektoros ábrázolása, fazor.....	46
6.5	Komplex időfüggvény	47
6.6	Komplex csúcs és effektív érték	48
6.7	Szinuszos gerjesztésű (bemenetű) hálózatok	48
6.8	Impedancia	49
6.8.1	Induktív reaktancia	51
6.8.2	Kapacitív reaktancia	51
6.9	Váltakozó áramú hálózatok számítása fazorok segítségével.....	52
6.10	Váltakozó áramú hálózatok számítása komplex leírás mód segítségével.....	57
6.11	Norton, Thevenin tétele, szuperpozíció váltakozó áramú hálózatok esetén	61
6.12	Váltakozó áramú hálózatok teljesítményei	61
6.13	Teljesítményillesztés váltakozó áramú hálózatokban	63
6.14	Soros RLC kör, feszültség rezonancia	65
6.15	Párhuzamos RLC kör, áram rezonancia.....	66
6.16	Ellenőrző kérdések	67
7	Háromfázisú rendszerek.....	68
7.1	Háromfázisú feszültség	68

7.2	Csillag-delta kapcsolású fogyasztó.....	70
7.3	Háromfázisú teljesítmény.....	72
7.4	Ellenőrző kérdések.....	73
8	Átmeneti jelenségek vizsgálata.....	74
8.1	Egytárolós hálózatok be- és kikapcsolási időfüggvényeinek általános alakja.....	74
8.2	Egytárolós hálózatok időállandójának meghatározása.....	75
8.3	Kezdeti és végértékek meghatározása.....	75
8.4	Soros RC tag bekapcsolási időfüggvényei.....	76
8.5	Párhuzamos RL tag kikapcsolási időfüggvényei.....	78
8.6	Ellenőrző kérdések.....	80
9	Túláram- és túlfeszültség-védelem.....	81
9.1	Rövidzárlat és túlterhelés elleni védelem.....	81
9.2	Kismegszakítók.....	81
9.3	Túlfeszültség védelem.....	82
9.4	Ellenőrző kérdések.....	82
10	Érintésvédelem és baleset elhárítása.....	83
10.1	Áramütés, áram élettani hatásai.....	83
10.2	Érintésvédelem, földelés ellenállása.....	84
10.3	Ellenőrző kérdések.....	85
11	Félvezető eszközök.....	86
11.1	Diódák.....	86
11.2	Munkapont meghatározás.....	88
11.3	Egyenirányító kapcsolások diódával.....	90
11.3.1	Egyutas együtemű egyenirányító.....	90
11.3.2	Egyutas kétütemű egyenirányító.....	92
11.3.3	Kétutas kétütemű egyenirányító.....	92
11.4	Zener dióda.....	93
11.5	Schottky dióda.....	95
11.6	VARICAP dióda.....	95
11.7	Bipoláris tranzisztorok.....	96
11.8	Tranzisztorok alapkapcsolásai.....	100
11.8.1	Földelt emitteres kapcsolás.....	100
11.8.2	Földelt bázisú kapcsolás.....	102
11.8.3	Földelt kollektorú kapcsolás.....	103
11.9	Optoelektronikai alkatrészek.....	104
11.9.1	Sugárfizikai és fénytechnikai alapfogalmak.....	104
11.9.2	Fotoellenállás.....	106
11.9.3	Fotodióda.....	107
11.9.4	Foto-tranzisztor.....	108
11.9.5	Világító dióda.....	109
11.9.6	Optikai csatoló.....	110
11.10	Ellenőrző kérdések.....	111
12	Felhasznált irodalom.....	112

1 Elektrosztatikai alapfogalmak, elektromos mező

1.1 Elektrosztatika , töltés

Elektrosztatika nyugalomban lévő testek közötti **elektrosztatikus kölcsönhatással** foglalkozik. Bármely típusú kölcsönhatás az anyagot alkotó úgynevezett elemi részecskék sajátos tulajdonságaira vezethető vissza.

Az **elektrosztatikus kölcsönhatás** a protonok, elektronok és más elemi részecskék egymást vonzó, illetve taszító sajátosságának következménye. Ezt a sajátosságot úgy fejezzük ki, hogy e részecskéknek **elektromos töltésük** van. A testek elektromos tulajdonságait a testen keletkező elektrontöbblet, illetve elektronhiány okozza.

Töltés jele: Q

Mértékegysége: C (Coulomb) vagy As

1C az az elektromos töltés, amely egy pontszerű testen felhalmozva egy másik ugyanakkora töltésű pontszerű testen 1m távolságból $9 \cdot 10^9 \text{N}$ erőhatást okoz, vagy amely egy vezető keresztmetszetén 1s idő alatt áthalad, ha a vezetőben 1A erősségű áram folyik.

Az elektromos töltés mértékegységeként használható nem SI egység az **amperóra** [Ah]:

$$1\text{Ah} = 3600\text{As} = 3600\text{C}$$

Akkumulátorok kapacitását Ah vagy mAh egységben szokták megadni.

Az atom pozitív töltésű atommagból és ezt körülvevő negatív töltésű elektronokból álló elektronhéjakból áll. Az atommag töltését a protonok száma határozza meg. Az elektronok száma egyenlő a protonok számával. Az elem rendszáma megmutatja, hogy a kérdéses elem atomjában hány proton van. Az atom kifelé villamos szempontból semleges.

Elektron és proton töltésének nagysága: $Q_e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{C}$

Elektron tömege: $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{kg}$

Proton tömege: $m_p = 1836 \cdot m_e$

1.2 Elektromos mező, térerősség

Elektromos állapotban lévő test maga körül úgynevezett elektromos mezőt kelt, amely a benne lévő elektromosan töltött testekre erőt fejt ki. Tehát az **elektromos mező közvetíti az erőhatást** töltés és töltés között, vagyis az elektromos állapotban lévő testek erőt fejtenek ki egymásra anélkül, hogy egymáshoz érnének.

A mezőnek ugyanabban a pontjában a különböző töltésű testekre ható erő hatásvonala mindig ugyanaz, vagyis a mező minden pontjában van egy jellemző irány, amelyet a mező által azon a helyen **kifejtett erő jelöl ki**.

Elektromos mezőben töltéssel rendelkező testre ható erő egyenesen arányos a test töltésével és függ annak a mezőben elfoglalt helyétől:

$$\vec{F} = Q \cdot \vec{E}$$

A test töltését jellemző Q skaláris mennyiség, az E helyfüggő vektormennyiség, amely a mezőt jellemzi és térerősségnek nevezik. A **térerősség** tehát a mezőbe helyezett pontszerű testre ható elektromos erőnek és a test töltésének a hányadosa:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q}$$

Térerősség jele: E
Mértékegysége: V/m vagy N/C

Ha két vagy több töltés hoz létre egy közös mezőt, akkor az együttes mező térerőssége mindenütt az egyedül jelenlévőnek képzelt egyik, ill. másik mező térerősségének vektori összege, vagyis érvényes a szuperpozíció tétele:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n$$

1.3 Coulomb törvény

Két pontszerű elektromos töltés (elektromosan töltött test) között ugyanakkora vonzó vagy taszító erő lép fel, melynek nagysága egyenesen arányos a kölcsönhatásban résztvevő töltésmennyiségekkel és fordítottan arányos a köztük lévő távolság négyzetével:

$$F \sim \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

$$\text{tehát: } F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2},$$

$$\text{ahol a } k \text{ arányossági tényező: } k = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$$

Az erő vektora a két töltést összekötő egyenesbe esik. Ha a töltések előjele különböző, akkor vonzóerőt, vagyis a másik töltés felé irányuló, ha a töltések előjele azonos, akkor taszítóerőt, vagyis a másik töltéssel ellentétes irányba mutató erőt kapunk.

A pontszerű töltés keltette térerősség a **Coulomb törvény** alapján, ha a Q_1 az elektromos mezőt keltő és Q_2 a mezőbe helyezett töltés, akkor a Q_1 által keltett térerősség felírható:

$$E = \frac{F}{Q_2} = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2 \cdot Q_2} = k \cdot \frac{Q_1}{r^2} = k \cdot \frac{Q}{r^2}$$

Természetesen a Q_2 is elektromos mezőt kelt, mely hat a mezőbe helyezett Q_1 töltésre, így a hatás kölcsönös.

1.4 Permittivitás, dielektromos állandó

Az SI mértékegység rendszerben a k arányossági tényező helyett az $\frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0}$ -t használják, ahol az ϵ_0 mennyiséget a vákuum permittivitásának más néven dielektromos állandójának neveznek. Értelmezésből következik, hogy:

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot k} \approx 8,8 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2} \text{ vagy } \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$$

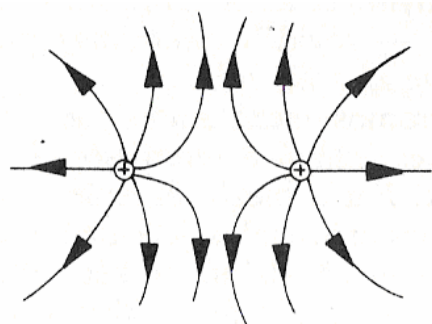
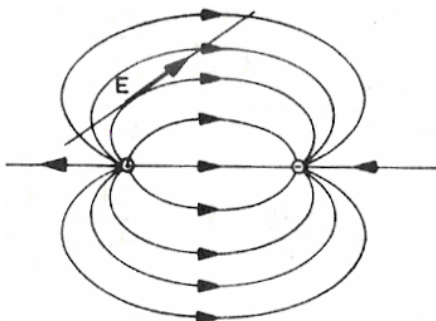
Ezzel a ponttöltés térerőssége és a Coulomb törvény:

$$E = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}$$
$$F = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

1.5 Elektromos erővonalak

A mező minden pontjához tartozik egy jellemző irány, a mező ottani **térerősség vektorának iránya**. A mezőben olyan folytonos görbék húzhatók, amelyek érintője éppen az érintési ponthoz tartozó elektromos térerősség vektor irányával egyezik meg. Az erővonalak a mező tulajdonságait jól jellemző elképzelt vonalak.

Elektromos erővonalak:



1-1. sz. ábra a, ellentétes előjelű töltések,

b, azonos előjelű töltések esetén

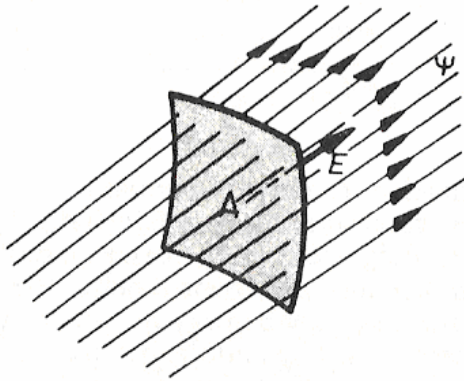
Az erővonalak segítségével nem csak a **térerősség** iránya, hanem **nagysága** is **jellemezhető**, amelyet **az erővonalak sűrűségével** lehet megadni. A térerősség nagyságának jellemzésére adott egységnyi felületen (A) annyi erővonalat rajzolunk meg (Ψ), amennyi ott a térerősség nagysága:

$$E = \frac{\Psi}{A}, \quad \Psi = E \cdot A$$

Erővonalfluxus jele: Ψ

Mértékegysége: $\frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}}$

Ψ erővonalfluxus: az erővonalakra merőleges A felületen áthaladó erővonalak száma



1-2. sz. ábra Erővonalsűrűség

Az erővonalak mindig merőlegesek a fémek felületre. Egy Q ponttöltésből induló erővonalak számát úgy határozhatjuk meg, hogy körbe vesszük egy r sugarú, a töltéssel koncentrikus gömbfelülettel. A gömbfelületen a térerősség ugyanakkora, mert a gömbfelület minden pontja r távolságra van a töltéstől:

$$E = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}$$

A gömbfelület felszíne:

$$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

Ez alapján a töltésből kiinduló összes erővonalszám:

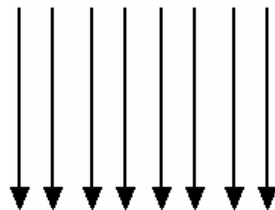
$$\Psi = E \cdot A = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot Q$$

Fluxussűrűség vákuumban:

$$D = \frac{Q}{A} = \epsilon_0 \cdot E$$

1.6 Homogén elektromos mező

Olyan elektromos mezőt, amelynek **minden pontjában azonos nagyságú és irányú a térerősség**, homogén elektromos mezőnek nevezik. A mezőt egyenletes sűrűséggel rajzolt, párhuzamos egyenes erővonalak jellemzik.



1-3. sz. ábra homogén elektromos mező erővonalai

1.7 Elektromos mező munkája

Az elektromos mező erőt fejt ki a mezőben lévő töltésre, ezért **ha a töltés elmozdul, azon a mező munkát végez**. A munka az erő és az erő irányában történő elmozdulás szorzata. Egy töltés A pontból B pontba jutása során végzett munka homogén mezőben:

$$W_{AB} = \vec{F} \cdot \vec{s} = \vec{E} \cdot Q \cdot \vec{s}$$

Ha a mező homogén és a töltés az erővonal mentén d távolságot tesz meg, akkor:

- | | |
|---|---|
| a, az erővonalak irányában A-B pontba: | $W = Q \cdot E \cdot d$ |
| b, az erővonalak irányával ellentétesen B-A pontba: | $W = -Q \cdot E \cdot d$ |
| c, az erővonalakkal α szöget bezárva A-B pontba: | $W = Q \cdot E \cdot d \cdot \cos \alpha$ |



1-4. sz. ábra a, erővonalakkal párhuzamosan b, erővonalakkal α szöget bezárva

Az elektrosztatikus mezőnek a tér A és B pontjai között mozgó töltésen végzett munkája a töltés nagyságától és a mező A és B pontjától függ, nem függ az A és B pontokat összekötő pálya alakjától.

1.8 Feszültség

Az elektromos mezőben mozgó töltésen végzett munka a pálya alakjától függetlenül csak a kezdő és végponttól függ, és egyenesen arányos a mozgott töltéssel:

$$W \sim Q$$

Ennek megfelelően adott kezdő (A) és végpont (B) esetén végzett munka és a töltés hányadosa állandó, amely a kezdő és végpontra jellemző **elektromos feszültség**:

$$\frac{W_{AB}}{Q} = U_{AB}$$

Feszültség jele: U
Mértékegysége: V (volt)

Homogén elektromos mezőben az erővonalak mentén elhelyezkedő A és B pontok esetén a térerősség az A és B pontok közötti feszültség alapján:

$$U_{AB} = \frac{W}{Q} = \frac{Q \cdot E \cdot d}{Q} = E \cdot d$$

$$E = \frac{U_{AB}}{d}$$

1.9 Potenciál

Mivel a mező munkát képes végezni a töltött testeken, így ezeknek helyzetüknél fogva **elektromos helyzeti**, vagyis potenciális **energiájuk van**. A helyzeti energiát valamilyen alapszinttől kell számítani. Ehhez kiválasztunk egy szintfelületet nulla szintfelületnek, és a test elektromos helyzeti energiáját azzal a munkavégzéssel jellemezzük, amelyet a mező végez a testen, miközben a test eredeti helyéről (A) a nulla szintfelületre (0) kerül.

$W_{A0} = E_{\text{pot}}$: helyzeti vagy potenciális energia

U_{A0} : az A pontnak a nulla szinthez (0) viszonyított feszültsége más szóval potenciálja

$$E_{\text{pot}} = Q \cdot U_{A0}$$

A pont potenciálja: $U_A = \frac{E_{\text{pot}}}{Q}$ (0 jelölést el szokták hagyni)

Azonos potenciális feszültségen lévő felületeket **ekvipotenciális** felületeknek mondjuk. Fémfelület egyensúlyban ekvipotenciális felület.

Két pont potenciáljának a különbsége a potenciálkülönbség. Két pont között lévő elektromos feszültség egyenlő a két pont potenciáljának a különbségével:

$$U_{AB} = U_A - U_B$$

1.10 Elektromos megosztás, feltöltött vezető

Ha semleges **vezető** pozitív és negatív **töltéseit** külső mező hatására **szétválasztjuk**, akkor a töltéseket elektromosan megosztjuk. Az eredetileg semleges fémtest töltése zérus marad.

Ha vezető felületére **többlettöltést** juttatunk, akkor a vezetőt feltöltjük. A többlettöltés csak a vezető külső felületén helyezkedhet el.

1.11 Kapacitás

Ha egy fém felületére töltést viszünk fel, így a töltését növeljük, akkor a fém potenciálja a féltre vitt töltéssel egyenesen arányosan nő:

$$U \sim Q$$

A potenciál nagysága nemcsak a fémre vitt töltéstől függ, hanem a fém méreteitől, alakjától is. A fémtestre jellemző, alakja és mérete által meghatározott állandót a fémtest **kapacitásának** nevezzük:

$$U = \frac{1}{C} \cdot Q$$

A kapacitás megadja, hogy a vezető mekkora töltést képes befogadni egységnyi potenciálemelkedés hatására.

Kapacitás jele: C
Mértékegysége: F (farad)

1.12 Ellenőrző kérdések

1. 1000C töltés hány Ah-nak fele meg?
2. 1 millió elektron töltésével megegyező töltésű testet elektromos mezőbe helyezünk. A testre 1nN erő hat. Mekkora az elektromos mező térerőssége?
3. Mekkora és milyen irányú erőhatás lép fel két elektron között, ha azok 1nm távolságra helyezkednek el egymástól?
4. Mekkora munkavégzés árán lehet a 2. feladatban adott testet az A kezdőponttól az erővonalakkal párhuzamosan a B végpontig eljuttatni, ha A és B távolsága 1m távolságra?
5. Mekkora a feszültség a 4. feladatban az A és B pontok között?

2 Kondenzátorok

2.1 Kondenzátor

A kondenzátor **elektromos töltést tárolására szolgál**. A kondenzátor vezető testekből (fegyverzet, mely általában fémlemez) és közöttük lévő szigetelőkből áll.

Ha egy feltöltött fémtestet közel viszünk egy földelt fémtesthez, annak potenciálja lecsökken. A földetlen fémtest Q töltése a másik fémtesten megosztással $-Q$ töltést hoz létre (amely a földből áramlik). Mivel a földelt test potenciálja 0 , így a két fémtest közötti feszültséget a földetlen fémtest potenciálja határozza meg, amely:

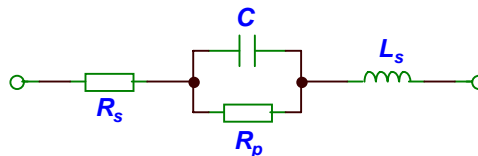
$$U = \frac{Q}{C}$$

Kondenzátor áramköri jele:



2-1. sz. ábra Kondenzátor áramköri jele

Valóságos kondenzátor a kondenzátor kialakítása, felhasznált anyagok tulajdonságai következtében a következő közelítő helyettesítő képpel helyettesíthető:



2-2. sz. ábra Valóságos kondenzátor helyettesítő képe

R_s : soros veszteségi ellenállás (vezeték, fegyverzet ellenállása $< 1\Omega$)

R_p : párhuzamos veszteségi ellenállás (szigetelőanyag ellenállása $> 1M\Omega$)

L_s : soros veszteségi induktivitás (vezeték, fegyverzet kialakításából adódó $< 1\mu H$)

2.2 Síkkondenzátor

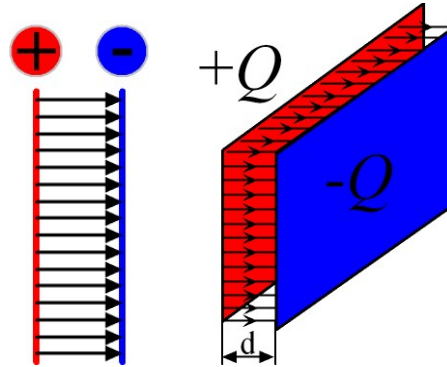
Az a kondenzátor elrendezés, amelyben a **két vezető test sík fémlemez**. Megfelelően nagy kiterjedésű egymáshoz közel lévő párhuzamos síklemez között homogén elektromos mező alakul ki. Ebben a mezőben a térerősség a kondenzátor feszültségétől és a lemezek távolságától függ, másrészt mivel minden erővonal a másik lemezbe fut be, így a töltések által keltett erővonalak számából is felírható a térerősség:

$$E = \frac{U}{d} = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{A}$$

$$U = E \cdot d = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{A} \cdot d$$

Ezek alapján a síkkondenzátor kapacitása:

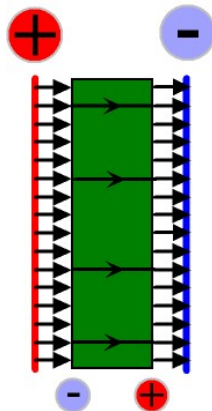
$$C = \frac{Q}{U} = \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d}$$



2-3. sz. ábra erővonalak síkkondenzátor lemezei között

2.3 Dielektromos polarizáció

Ha a kondenzátorok közötti teret szigetelőanyag tölti ki, annak kapacitása megnő. A **szigetelőanyag molekulái** a mező erővonalainak irányában **rendezett dipólusokká** válnak, s így a szigetelőlemez átellenes felületein ellentétes többlettöltés jelenik meg ezt dielektromos polarizációnak nevezük. A szigetelő felületén megjelenő töltések által keltett térerősség a kondenzátor lemezei közötti térerősséggel ellentétes, ezért a szigetelőanyagban a térerősség lecsökken, így a lemezek közötti feszültség is csökken, vagyis a kondenzátor kapacitása megnő.



2-4. sz. ábra Dielektromos polarizáció

2.4 Relatív permittivitás, relatív dielektromos állandó

Relatív permittivitás (relatív dielektromos állandó) megadja, hogy hányszorosára nő egy kondenzátor kapacitása, ha a lemezei közti teret vákuum helyett szigetelővel töltjük ki.

Relatív permittivitás jele: ε_r
Mértékegysége: dimenzió nélküli

A szigetelővel kitöltött síkkondenzátor kapacitása:

$$C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A}{d} = \varepsilon \cdot \frac{A}{d}$$

Relatív permittivitás:

- száraz papírra: $\varepsilon_r = 4$

- porcelánra: $\varepsilon_r = 6$

Szigetelőben megváltozik az elektromos fluxussűrűség is:

$$D = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot E = \varepsilon \cdot E$$

2.5 Földelés

A mezők alakulását nem a potenciálok, hanem a potenciálkülönbségek határozzák meg, ezért közömbös, hogy milyen felületet választunk nulla potenciálúnak, hiszen a potenciálkülönbségek változatlanok maradnak. A föld jó vezető így felülete gyakorlatilag azonos potenciálúnak vehető, és mivel a földet a berendezésekkel könnyen össze lehet kötni, így célszerű **nulla potenciál**ként a földet választani.

A földelésnek igen fontos szerepe van az érintésvédelemben is, felhasználva a föld végtelen nagy kapacitását. Ha valami hiba folytán egy berendezés fém háza feszültség alá kerül (pl.: sérült szigetelés, elszakadt vezeték stb.), ami érintés esetén az emberi testen keresztül a föld vagy más vezető irányába folyó áram által áramütést (akár halált) okozna, ott a fémház földelésével védekeznek. Ekkor a földelést a berendezések fém házára kötik azért, hogy ne az emberen keresztül jöjjön létre az áram, hanem a föld végtelen kapacitása vezesse le a töltéseket.

2.6 Árnyékolás

Ha egy fémdarabban üreget képzünk ki, a **fémurok megvédi a belsejében lévő üreget és az ebben elhelyezett tárgyakat a külső elektromos mezőktől**. A fémuroknak ezt a hatását elektromos árnyékolásnak nevezik. Ennek felhasználásával védhetjük meg a kényes berendezéseinket a zavaró elektromos mezőktől. E célra vékony falú fémdoboz vagy akár fémháló is megfelel. A fémhálót és a fémdobozt rendszerint leföldelik (az előbb említett érintésvédelem miatt is). Sűrűszövésű fémharisnya védi árnyékolásként a mikrofonok, erősítők, rádiók vezetőkeit az elektromos zavaroktól.

2.7 Átütési szilárdság

Ha a térerősség egy meghatározott értéket meghalad, akkor szikra formájában kisülés történik. A kisülés során a mező térerőssége olyan nagy, hogy képes a fémből töltéseket kitépni (Coulomb törvény megadja a fellépő erő nagyságát).

Azt a **télerősséget, amely valamely anyagrétegen átüt**, vagyis elektromos kisülést hoz létre, átütési szilárdságnak nevezik.

Kondenzátornál fontos adat a szigetelőréteg átütési szilárdsága is, hiszen az szabja meg, hogy mennyire tölthető fel a benne lévő szigetelőréteg átütése nélkül. Általában a kondenzátor tönkremenetelét okozza a benne lévő szigetelőréteg átütése.

Átütési szilárdság mértéke:

- levegőre: $E_{\max l} = 20 \frac{\text{kV}}{\text{cm}}$
- száraz papírra: $E_{\max p} = 30 \frac{\text{kV}}{\text{cm}}$
- porcelánra: $E_{\max po} = 300 \frac{\text{kV}}{\text{cm}}$

2.8 Eredő kapacitás

Több meghatározott módon összekötött kondenzátort helyettesítő egyetlen kondenzátor kapacitása. Az eredő kapacitásra tehát igaz, hogy ugyanakkora töltést adva, mint a rendszerre, fegyverzetei között ugyanakkora feszültség alakul ki, mint az összekapcsolt kondenzátorok rendszerén.

2.9 Kondenzátorok párhuzamos kapcsolása

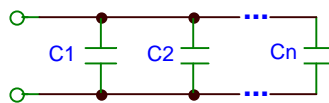
Párhuzamosan kötött kondenzátorok eredő kapacitása az egyes kondenzátorok kapacitásának összegével egyenlő. A rendszerre adott Q töltés oszlik el a kondenzátorok között, másrészt mivel a kondenzátorok párhuzamosan vannak kötve, így feszültségük azonos, ennek megfelelően:

$$Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n$$

$$Q = C \cdot U$$

$$C \cdot U = C_1 \cdot U + C_2 \cdot U + \dots + C_n \cdot U$$

$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_n$$

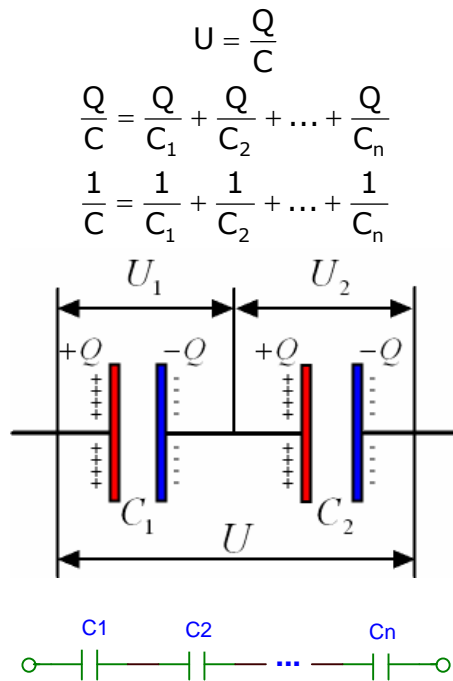


2-5. sz. ábra kondenzátorok párhuzamos kapcsolása

2.10 Kondenzátorok soros kapcsolása

Sorosan kapcsolt kondenzátorok eredő kapacitásának reciproka az egyes kondenzátor kapacitások reciprokának összegével egyezik meg. A rendszerre kapcsolt U feszültség oszlik el az egyes kondenzátorok között, másrészt a szélső kondenzátorra adott töltés a megosztás miatt minden kondenzátorlemezen töltést hoz létre. A kondenzátorlemezek egymástól elszigeteltek, így többlettöltéshez nem juthatnak, ezért az egyes lemezek megosztott töltései ugyanakkorák, így:

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n$$



2-6. sz. ábra sorosan kapcsolt kondenzátorok

2.11 Kondenzátor energiája

Amikor töltések összegyűjtésével elektromos mező jön létre, munkát kell végezni. Ez a munka szolgáltatja a fellépő **mező energiáját**. A kondenzátor és bármilyen C kapacitású, Q töltésű illetve U potenciálú rendszer energiája:

$$W = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot U = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2$$

2.12 Ellenőrző kérdések

1. Adja meg a valóságos kondenzátor helyettesítő képét és paramétereit!
2. Adja meg a légszigetelésű síkkondenzátor kapacitásának nagyságát a kondenzátor lemezei területének és távolságának ismeretében!
3. A 2. feladatban a levegő szigetelést $\epsilon_r = 4$ relatív permittivitású szigetelő anyagra cserélve, hányszorosára változik a kondenzátor kapacitása?
4. Mekkora egy kondenzátorra kapcsolható maximális feszültség, ha az alkalmazott szigetelőanyag átütési szilárdsága $30 \frac{kV}{cm}$ és a lemezek távolsága 1mm?
5. Mekkora egy $1\mu F$ és egy $2\mu F$ nagyságú párhuzamosan kötött kondenzátor eredő kapacitása?
6. Mennyi energia tárolódik egy $1\mu F$ nagyságú 10V feszültségű kondenzátorban?

3 Áram, Ohm törvénye, ellenállás, áramforrások

3.1 Elektromos áram, áramerősség, egyenáram

Elektromos áram a **töltéshordozók rendezett mozgása**. Az áram irányán a pozitív töltéshordozók mozgásának irányát értjük. Az áram erőssége a vezeték keresztmetszetén időegység alatt átáramló töltésmennyiség:

$$I = \frac{Q}{t}$$

Áramerősség jele: I
Mértékegysége: A (amper)

Abban az esetben, ha az áramerősség időben nem változik stacionárius vagy egyenáramról beszélünk. Általánosabb értelemben egyenáramnak mondunk minden olyan áramot, amelynek az iránya nem változik meg, noha nagysága változhat.

Differenciális alakban megadva:

$$Q = \int i(t) dt$$
$$i(t) = \frac{dQ}{dt}$$

3.2 Ellenállás, Ohm törvény

A fémek kristályrácsa a rácsrezgések és rácshibák következtében nem engedik a töltéseket szállító vezetési elektronokat akadálytalanul mozogni, úgy is mondhatjuk, hogy a töltések mozgásával szemben közegellenálláshoz hasonló viselkedést mutat, melyet elektromos ellenállásnak neveznek.

Egy vezetékben folyó áramerősség a vezeték két rögzített pontja között mérhető feszültséggel egyenesen arányos:

$$I \sim U$$

Az **Ohm törvény** kimondja, hogy egy vezető ellenállása a vezető végein mérhető feszültség és hatására létrejövő áram hányadosa:

$$R = \frac{U}{I}$$

Ellenállás jele: R
Mértékegysége: Ω (ohm)

Ellenállás áramköri jele:



3-1. sz. ábra Ellenállás áramköri jele

Valóságos ellenállás az ellenállás kialakításától függően kismértékű soros induktivitással ($n \cdot nH$) és nagyon kis értékű párhuzamos kapacitással rendelkezik ($n \cdot pF$).

3.3 Fajlagos ellenállás

Egy homogén anyagú fémes vezeték ellenállása egyenesen arányos a vezeték hosszával (l) és fordítottan arányos a vezeték keresztmetszetével (A):

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A}$$

A ρ arányossági tényező a vezeték anyagára jellemző **fajlagos ellenállás**.

Fajlagos ellenállás jele: ρ

Mértékegysége: Ωm

3.4 Vezetőképesség, fajlagos vezetőképesség

Az ellenállás reciprokát **vezetőképesség**nek vagy vezetésnek nevezik:

$$G = \frac{1}{R}$$

Vezetőképesség jele: G

Mértékegysége: S (siemens)

A fajlagos ellenállás reciprokát **fajlagos vezetőképesség**nek vagy fajlagos vezetésnek nevezik:

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

Fajlagos vezetőképesség jele: σ

Mértékegysége: $\frac{S}{m}$

3.5 Fajlagos ellenállás hőfokfüggése

Fajlagos ellenállása függ a hőmérséklettől. A hőmérsékletfüggés fémek esetén jól közelíthető a következő összefüggéssel:

$$\rho = \rho_{T_0} \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)$$

ρ_{T_0} : fajlagos ellenállás T_0 hőmérsékleten

α : hőmérsékleti együttható

$\Delta T = T - T_0$: hőmérsékletkülönbség T_0 -hoz képest

A fajlagos ellenállások alapján felírható a hőfokfüggés ellenállásra is:

$$\rho \cdot \frac{l}{A} = \rho_{T_0} \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T) \cdot \frac{l}{A}$$
$$R = R_{T_0} \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)$$

Szobahőmérsékleten (20C°):

-réz

fajlagos ellenállása: $\rho_{20\text{Cu}} = 0,01695 \cdot 10^{-6} \Omega\text{m}$

hőm. együtthatója: $\alpha_{\text{Cu}} = 4,3 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{K}}$

- alumínium

fajlagos ellenállása: $\rho_{20\text{Al}} = 0,028 \cdot 10^{-6} \Omega\text{m}$

hőm. együtthatója: $\alpha_{\text{Al}} = 4 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{K}}$

3.6 Joule törvény

Ha egy töltés két pont között elmozdul, akkor rajta a mező munkát végez. Ez a munka vákuumban a töltéshordozó mozgási energiáját növeli, de fémekben az elmozdulni képes töltéshordozók a fém ionráccsal történő ütközéseinek következtében ezt az energiát folyamatosan le is adják, aminek a hatására fém felmelegszik, ezt nevezik Joule-hőnek. A Joule törvény mondja meg, hogy mekkora egy R ellenállású vezetéksz szakaszon hővé alakuló villamos energia:

$$W = U \cdot I \cdot t = I^2 \cdot R \cdot t = \frac{U^2}{R} \cdot t$$

Időegység alatt felvett energia, vagyis a felvett teljesítmény:

$$P = \frac{W}{t} = U \cdot I = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R}$$

3.7 Ellenállások soros kapcsolása

Több ellenállás olyan kapcsolása, melyben mindegyik ellenállás kivezetéséhez csak egyetlen másik ellenállás csatlakozik, és végül egy-egy kivezetés az A illetve B pontokhoz kapcsolódik:



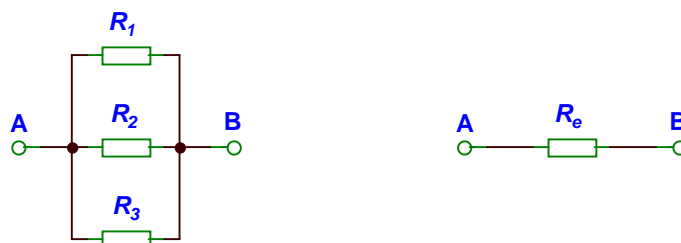
3-2. sz. ábra ellenállások soros kapcsolása

Sorosan kapcsolt ellenállások eredője egyenlő az egyes ellenállások összegével:

$$R_e = R_1 + R_2 + R_3 = \sum R_i$$

3.8 Ellenállások párhuzamos kapcsolása

Párhuzamosan kapcsolt ellenállások egyik kivezetése az A, míg a másik a B ponthoz csatlakozik:



3-3. sz. ábra ellenállások párhuzamos kapcsolása

Párhuzamosan kapcsolt ellenállások eredőjének reciproka egyenlő az egyes ellenállások reciprokának összegével:

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{\sum R_i}$$

$$G_e = G_1 + G_2 + G_3 = \sum G_i$$

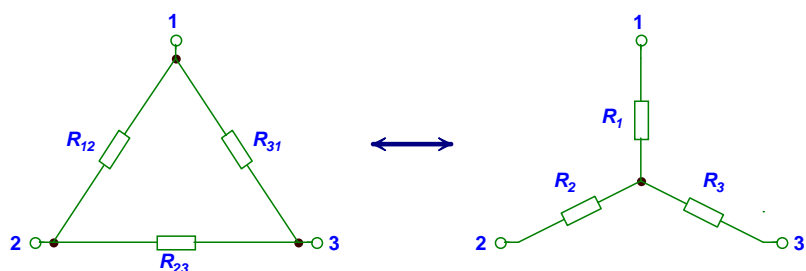
Két ellenállás párhuzamos kapcsolásának eredője számítható így is:

$$R_e = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = R_1 \times R_2$$

3.9 Csillag-háromszög kapcsolás

Az ellenállás kapcsolások azon elrendezéseinél, ahol a párhuzamos vagy soros kapcsolás összevonás alkalmazása nem lehetséges ott segítséget nyújthat a csillag-háromszög átalakítás. Háromszög csúspontjaira kapcsolódó ellenállásrendszer átalakítható csillag vagy háromszög elrendezésnek megfelelően, mely átalakítás után a hálózat az ismert soros vagy párhuzamos eredő számítással már fokozatosan összevonható.

Csillag-háromszög átalakítás:



3-4. sz. ábra delta és csillag kapcsolás

Delta-csillag átalakítás:

$$R_1 = \frac{R_{12} \cdot R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_2 = \frac{R_{23} \cdot R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_3 = \frac{R_{31} \cdot R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

Csillag-delta átalakítás:

$$R_{12} = R_1 \cdot R_2 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$$

$$R_{23} = R_2 \cdot R_3 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$$

$$R_{31} = R_3 \cdot R_1 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$$

3.10 Ellenállások vegyes kapcsolása

Vegyes kapcsolás esetén az áramkör **soros, párhuzamos, csillag vagy delta kapcsolású** ellenállás-rendszereket egyaránt tartalmaz. Vegyes kapcsolású rendszer eredő ellenállását a részkapcsolások eredőinek meghatározása útján fokozatos összevonással kell meghatározni.

Több ellenállást tartalmazó kapcsolást **helyettesítő egyetlen ellenállás** az **eredő ellenállás**. Meghatározása soros és párhuzamos erdők meghatározása útján fokozatos összevonásokkal történik.

3.11 Áramforrások (galvánelemek)

Az elektromos áramot, vagyis a töltések mozgását az elektromos mező biztosítja, azokon munkát végez (energiát ad le). A **munkavégzéshez szükséges energiát** külső forrásnak kell **biztosítania**, amely fenntartja az elektromos mezőt, áramot szolgáltat. Ilyen áramforrások például a galvánelemek.

A galvánelemek alkalmasak arra, hogy kémiai energiát elektromos energiává alakítsanak át. Ha két különböző anyagú fémet elektrolitba merítünk, galvánelemet kapunk.

3.12 Belső ellenállás, kapocsfeszültség

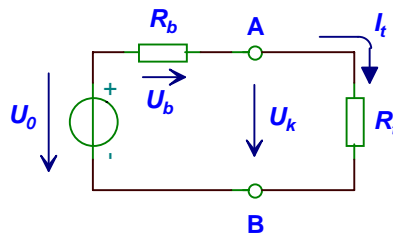
Zárt áramkörben a galvánelem árama az elektródokon is keresztül folyik, ezért az elektródok bizonyos ellenállást képviselnek, amelyet **belső ellenállásnak** neveznek (R_b). Az elektródokon folyó áram rajtuk feszültséget hoz létre, melyet **belső feszültségésnek** (U_b) neveznek:

$$U_b = I \cdot R_b$$

Az áramforrás kapcsain megjelenő feszültséget kapocsfeszültségnek nevezik (U_k), míg a belső feszültség (U_0) a kapocsfeszültség és a belső feszültségesés összege:

$$U_0 = U_k + U_b$$

$$U_k = U_0 - I \cdot R_b$$



3-5. sz. ábra Valóságos áramforrás

A galvánelem kapcsaira csatlakozó ellenállást külső (R_k) vagy terhelő (R_t) ellenállásnak nevezik. A kapocsfeszültség és az áram ennek felhasználásával:

$$U_k = U_0 \cdot \frac{R_t}{R_t + R_b}$$

$$I = \frac{U_0}{R_t + R_b} = \frac{U_k}{R_t}$$

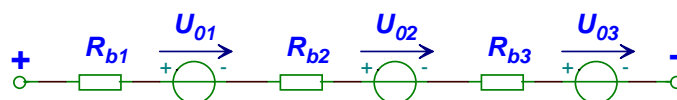
3.13 Áramforrások soros kapcsolása

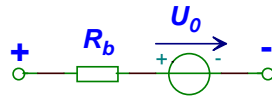
Ha **nagyobb feszültségre** van szükség annál, amit egyetlen áramforrás képes szolgáltatni, akkor **több áramforrást kapcsolnak sorosan**, ekkor az egyik áramforrás negatív pólusához a másik áramforrás pozitív pólusa kapcsolódik:



3-6. sz. ábra sorosan kapcsolt áramforrások

A sorosan kapcsolt áramforrások helyettesíthetők egyetlen áramforrással, melynek belső feszültsége az egyes áramforrások belső feszültségeinek összegével, míg belső ellenállása az egyes áramforrások belső ellenállásainak összegével egyezik meg:





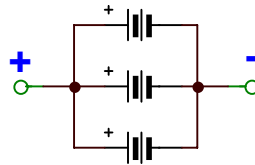
3-7. sz. ábra sorosan kapcsolt áramforrások eredője

$$U_0 = U_{01} + U_{02} + U_{03}$$

$$R_b = R_{b1} + R_{b2} + R_{b3}$$

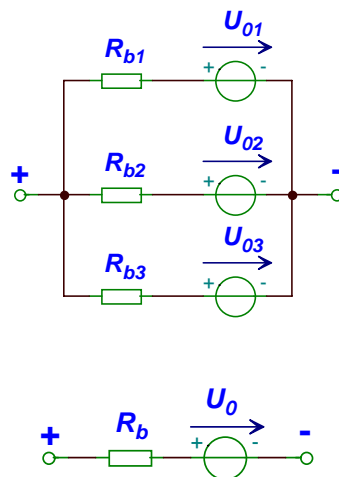
3.14 Áramforrások párhuzamos kapcsolása

Ha **nagyobb áramra** van szükség annál, amit egyetlen áramforrás képes szolgáltatni, akkor **több áramforrást kapcsolnak párhuzamosan**, ekkor az áramforrások azonos pólusai kapcsolódnak egymáshoz. Az áramforrások párhuzamos kapcsolásának gyakorlati feltétele, hogy belső feszültségeik megegyezzenek, ellenkező esetben nemkívánatos belső, úgynevezett kiegyenlítő áram indul meg, mely akár az áramforrás tönkremenetelét is okozhatja:



3-8. sz. ábra párhuzamosan kapcsolt áramforrások

A párhuzamosan kapcsolt áramforrások helyettesíthetők egyetlen áramforrással, melynek belső feszültsége az egyes áramforrások belső feszültségeivel, míg belső ellenállása az egyes áramforrások belső ellenállásainak párhuzamos eredőjével egyezik meg:



3-9. sz. ábra párhuzamosan kapcsolt áramforrások eredője

$$U_0 = U_{01} = U_{02} = U_{03}$$

$$R_b = R_{b1} \times R_{b2} \times R_{b3}$$

3.15 Ellenőrző kérdések

1. 1 millió elektron halad át a vezető keresztmetszetén 1ps alatt. Mekkora az áram nagysága?
2. Vezetőben folyó áram nagysága 10A, a vezető végein mérhető feszültség 10mV. Mekkora a vezeték ellenállása?
3. Milyen hosszú az a rézvezető, melynek ellenállása $10\text{m}\Omega$ és keresztmetszete 1mm^2 ?
4. Mekkora az árama egy 24V-os 10W-os izzónak?
5. Mekkora az eredő ellenállása egy párhuzamosan kapcsolt $2\text{k}\Omega$ és egy 800Ω nagyságú ellenállásnak?
6. Írja fel egy valóságos feszültségforrás kimeneti feszültségének képletét!
7. Mikor lehet áramforrásokat párhuzamosan kapcsolni?

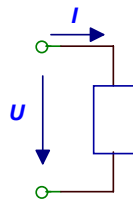
4 Egyenáramú hálózatok (Direct Current – DC)

4.1 Hálózat, hálózati komponensek, kétpólus, rendszer

Hálózat egy absztrakció, melyet egy valóságos objektum modellezésére használunk.

Egy hálózat komponensek összekapcsolásából áll. Minden komponensnek meghatározott számú pólusa vagyis kivezetése van. Tetszőleges számú pólus a hálózat egy csomópontjában egyesíthető.

A hálózatot alkotó komponensnek két kivezetése van (pl.: ellenállás, kondenzátor, tekercs). A kétpólushoz egyetlen, a kétpóluson átfolyó áramot és egyetlen a két pólus között fellépő feszültséget rendelünk:



4-1. sz. ábra kétpólus

Ha bármely t időpillanatban az áram ismeretében a feszültség és fordítva a feszültség ismeretében az áram meghatározható, akkor a kétpólus rezisztív.

A kétpólus lineáris, ha érvényes rá a szuperpozíció tétele.

A rendszer egy objektum modellje, amely kielégítő pontossággal leírja a keresett változók (kiemenetek) függését megadott változóktól (bemenetek). A rendszer átviteli függvénye az a transzformáció, mely a bemeneti jelek alapján előállítja a kimeneti jeleket.

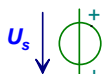
4.2 Áram és feszültség iránya

Az áram iránya a pozitív töltések áramlási irányát jelöli. A feszültség iránya a nagyobb potenciálú ponttól a kisebb potenciálú pont felé mutat. A nyilak nem minden esetben jelentenek valódi irányokat, hanem a referencia irányt jelölik. Ez azt jelenti, hogy amikor az áram és a feszültség értéke pozitív, akkor valódi iránya a referencia iránnyal megegyező, ha negatív, akkor iránya a referencia iránnyal ellentétes.

4.3 Források

Olyan kétpólusok, amelyeknek vagy a feszültsége vagy az árama adott.

Feszültségforrás jelölése: $U = U_s$



4-2. sz. ábra Feszültségforrás áramköri jele

Áramforrás jelölése: $I = I_s$



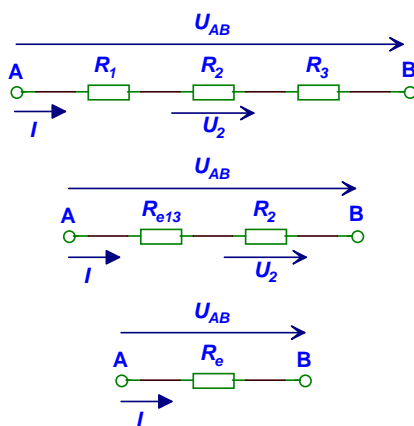
4-3. sz. ábra Áramforrás áramköri jele

4.4 Rövidzár, szakadás

A rövidzár olyan kétpólus, melynek a feszültsége nulla, a szakadás olyan kétpólus, melynek árama nulla. Rövidzár ellenállása nulla, a szakadás ellenállása végtelen. Hálózat szakadással lezárt kimenetét üresjárásnak nevezik.

4.5 Feszültségosztó

Feszültségosztó képlete megadja a sorosan kötött ellenállások A és B végpontjai között fellépő feszültség megoszlását az egyes sorba kötött ellenállásokon.



4-4. sz. ábra feszültségosztás

$$R_e = R_1 + R_2 + R_3$$

$$I = \frac{U_{AB}}{R_e}$$

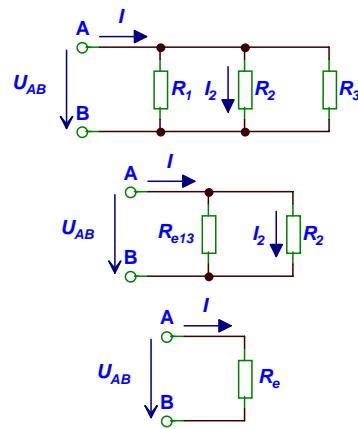
$$U_2 = I \cdot R_2 = \frac{U_{AB}}{R_e} \cdot R_2$$

$$R_{e13} = R_1 + R_3$$

$$U_2 = U_{AB} \cdot \frac{R_2}{R_e} = U_{AB} \cdot \frac{R_2}{R_{e13} + R_2} = U_{AB} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_3}$$

4.6 Áramosztó

Áramosztó képlete megadja a párhuzamosan kötött ellenállások esetén az áram megoszlását az egyes ellenállásokon.



4-5. sz. ábra áramosztás

$$R_e = R_1 \times R_2 \times R_3 = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

$$U_{AB} = I \cdot R_e$$

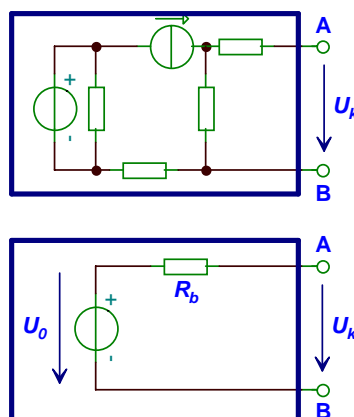
$$I_2 = \frac{U_{AB}}{R_2}$$

$$R_{e13} = R_1 \times R_3 = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3}}$$

$$I_2 = \frac{I \cdot R_e}{R_2} = I \cdot \frac{R_{e13}}{R_{e13} + R_2}$$

4.7 Thevenin tétel

Ellenállásokból, feszültség- és áramforrásokból álló hálózat A és B kivezetésére vonatkozólag helyettesíthető egyetlen feszültségforrás és egyetlen ellenállás soros kapcsolásával:



4-6. sz. ábra Thevenin helyettesítés

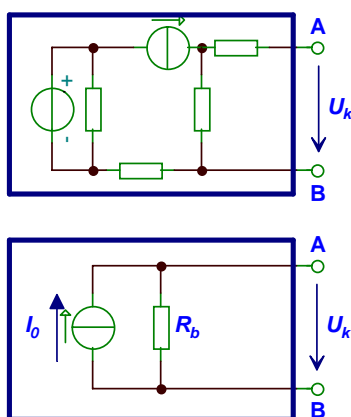
U_0 feszültség nagysága a hálózat üresjárású kimeneti feszültségével egyezik meg. R_b ellenállás nagysága U_0 és a kimenet rövidzárási árama I_r alapján:

$$R_b = \frac{U_0}{I_r}$$

R_b ellenállás nagyságát inaktív (dezaktivizált) hálózat eredő ellenállásaként is meg lehet határozni. Inaktív hálózatban a feszültséggenerátorokat rövidzárral, az áramforrásokat szakadással kell helyettesíteni. Az így kapott hálózat A és B kábelek felőli eredő ellenállása adja a belső ellenállás értékét.

4.8 Norton tétel

Ellenállásokból, feszültség- és áramforrásokból álló hálózat A és B kivezetésére vonatkozólag helyettesíthető egyetlen áramforrás és egyetlen ellenállás párhuzamos kapcsolásával:



4-7. sz. ábra Norton helyettesítés

I_0 áram nagysága a hálózat rövidzárási kimeneti áramával egyezik meg. R_b ellenállás nagyságát a Thevenin helyettesítéssel azonos módon kell meghatározni.

4.9 Szuperpozíció

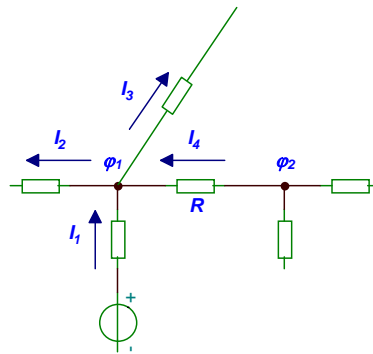
Azon hálózatokban, melyek több generátort is tartalmaznak, alkalmazható a szuperpozíció tétele. Szuperpozíció alkalmazása során az egyes generátorok által létrehozott feszültség és áram értékeket minden egyes generátorra külön-külön meg kell határozni, miközben a többi generátort inaktív állapotúvá kell tenni (többi feszültséggenerátor helyére rövidzár, többi áramgenerátor helyére szakadást kell helyezni).

A keresett feszültség és áram értékek az egyes generátorokra kapott részeredmények összegeként adódnak.

4.10 Kirchhoff I. törvénye: csomóponti potenciálok

Bármely elágazási pontba befolyó áramok összege megegyezik az onnét kifolyó áramok összegével, vagyis minden csomópontba befolyó és onnét elfolyó áramok algebrai összege nulla:

$$\sum I = 0$$



4-8. sz. ábra Kirchoff I. törvénye

A csomópontból kifolyó áramok irányát pozitívnak véve:

$$-I_1 + I_2 + I_3 - I_4 = 0$$

Minden egyes csomópont potenciáljának felhasználásával a csomópontba befolyó és kifolyó áramok felírhatók. Például az I_4 csomópontba befolyó áram csomóponti potenciálokkal:

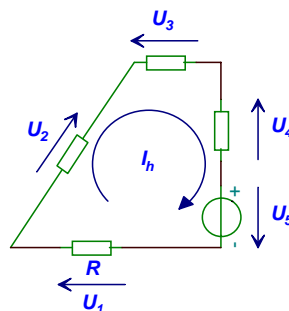
$$I_4 = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{R}$$

Csomóponti potenciálok felhasználásával minden egyes csomópontra felírva Kirchoff I. törvényét, a csomóponti potenciálokra egy több ismeretlenes egyenletrendszer adódik. A több ismeretlenes egyenletrendszert megoldva, a csomóponti potenciálok értéke meghatározható, ezek segítségével a hálózat feszültségei és áramai számíthatók.

4.11 Kirchoff II. törvénye: hurokáramok

Bármely irányított hurok mentén a feszültségek összege nulla:

$$\sum U = 0$$



4-9. sz. ábra Kirchoff II. törvénye

A bejelölt irány mentén a feszültségek:

$$U_1 + U_2 - U_3 - U_4 + U_5 = 0$$

Ha a bejelölt irányban definiálunk egy olyan áramot, amely az adott hurokban folyik, akkor ezen I_h hurokáram segítségével az egyes feszültségek felírhatók. Például az R ellenállás feszültsége:

$$U_1 = I_h \cdot R$$

Hurokáramok felhasználásával minden egyes hurokra felírva Kirchoff I. törvényét, a hurokáramokra egy több ismeretlenes egyenletrendszer adódik. A több ismeretlenes egyenletrendszert megoldva, a hurokáramok értéke meghatározható, ezek segítségével a hálózat feszültségei és áramai számíthatók.

4.12 Teljesítményillesztés

Ha egy hálózat két kivezetésére terhelő ellenállás kapcsolódik, akkor a terhelő ellenállás nagyságától függően változik a terhelő ellenállás feszültsége és árama, így annak teljesítménye is.

A terhelő ellenálláson létrejövő teljesítmény függése a terhelő ellenállás nagyságától:

$$P_t = U_k \cdot I_t = \frac{U_k^2}{R_t} = \frac{\left(U_0 \cdot \frac{R_t}{R_t + R_b} \right)^2}{R_t} = U_0^2 \cdot \frac{R_t}{(R_t + R_b)^2}$$

A teljesítmény-terhelő ellenállás függvénynek szélsőértéke van:

$$\frac{dP_t}{dR_t} = 0 = U_0^2 \cdot \frac{d}{dR_t} \left(\frac{R_t}{(R_t + R_b)^2} \right) = U_0^2 \cdot \frac{1 \cdot (R_t + R_b)^2 - R_t \cdot 2 \cdot (R_t + R_b) \cdot 1}{(R_t + R_b)^4}$$

$$\frac{dP_t}{dR_t} = 0 = U_0^2 \cdot \frac{R_t^2 + 2 \cdot R_t \cdot R_b + R_b^2 - 2 \cdot R_t^2 - 2 \cdot R_t \cdot R_b}{(R_t + R_b)^4} = U_0^2 \cdot \frac{R_b^2 - R_t^2}{(R_t + R_b)^4}$$

Akkor lehet 0, ha

$$R_b^2 - R_t^2 = 0$$

$$R_t = R_b$$

Belátható, hogy ezen a szélsőérték helyen a függvénynek maximuma van, tehát a terhelő ellenálláson fellépő teljesítmény maximális értéket vesz fel, ha a terhelő ellenállás értéke a hálózat kivezetései felől meghatározott belső ellenállással (Thevenin, Norton tétel) egyezik meg.

Ekkor a terhelő ellenállás és a belső ellenállás teljesítménye is megegyezik:

$$P_t = P_b$$

A feszültséggenerátor által leadott teljesítmény:

$$P_g = -(P_t + P_b) = -2 \cdot P_t$$

4.13 Ellenőrző kérdések

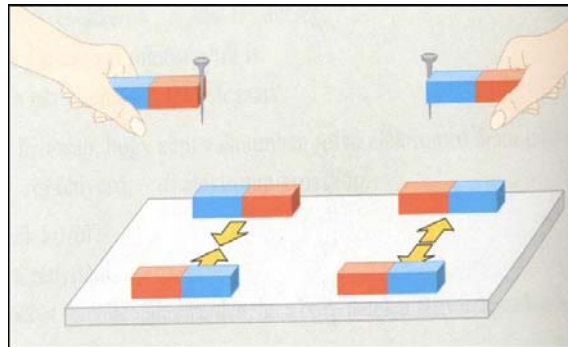
1. Hogyan oszlik meg két sorba kötött ellenálláson a kivezetésekre kapcsolt 10V feszültség, ha az ellenállások $R_1=2 \cdot R_2$?
2. Hogyan oszlik meg két párhuzamosan kötött ellenálláson a kivezetésekre kapcsolt 10mA áram, ha az ellenállások $R_1=2 \cdot R_2$?
3. Adja meg a Norton és Thevenin helyettesítő képet, és számításának menetét!
4. Adja meg Kirchoff I. törvényének képletét!
5. Fogalmazza meg egy mondatban Kirchoff II. törvényét!
6. Teljesítményillesztés esetén mekkorának kell lennie a terhelő ellenállásnak?

5 Mágnesesség

5.1 Mágneses mező, mágnes

Mágneses mezőt mozgó töltések keltik, és csak mozgó töltésekre fejt ki erőt.

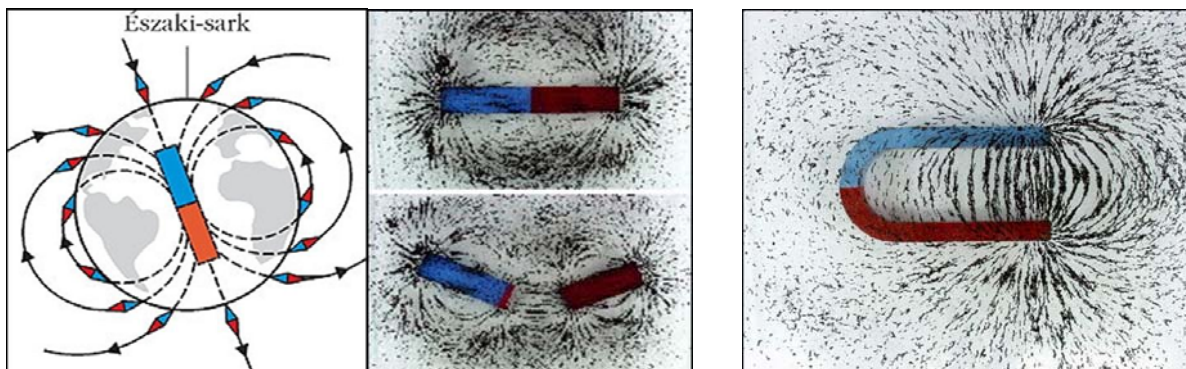
Mágneses anyagok esetén érintkezés nélkül, a távolból is ható vonzó vagy taszító erő lép fel. A mágneseknek két pólusa van. Eltérő pólusok vonzzák, azonos pólusok taszítják egymást.



5-1. sz. ábra Mágneses erőhatás

Minden anyag mágneses a maga módján a benne mozgó elektronok áramai miatt, mágneseknek azonban mégis csupán a rendezett ferromágneses és ferrimágneses szerkezetű, általában szilárd halmazállapotú állandó mágneseket nevezünk. Ezek mikroszerkezete parányi atomi mágnesek egy irányba rendeződésével épül fel.

Mágneses teret is erővonalakkal jellemzik.



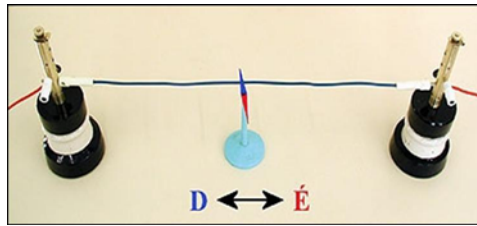
5-2. sz. ábra a, Rúdmágnes és

b, patkómágnes erővonalai

Mágneses erővonalak mindig zárt görbék, ezért forrása nincs.

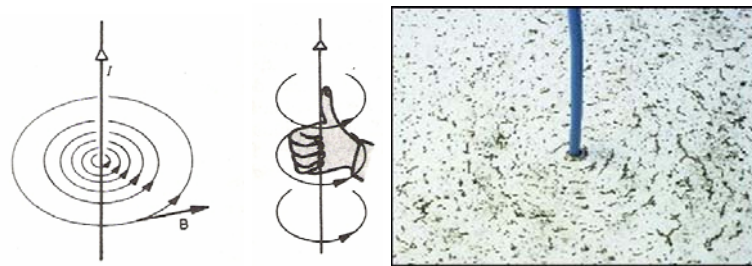
5.2 Mágneses indukció, Lorentz-erő

Vezetőben folyó áram maga körül mágneses teret hoz létre.



5-3. sz. ábra Vezető mágneses tere

Egyenes vezető mágneses mezejének erővonalai a vezető körül hurokszerűen helyezkednek el. A mágneses erővonalak iránya az indukció irányával egyeznek meg.



5-4. sz. ábra Egyenes vezető mágneses erővonalai

Mágneses térbe, a tér irányára merőlegesen elhelyezett l hosszúságú, I árammal átjárt vezetékre a mágneses tér F erőt gyakorol, mely a vezető hosszától, vezetőn keresztül folyó áramtól és a **mágneses mező indukciójától** függ (Lorentz-erő):

$$F = B \cdot I \cdot l$$

Mágneses indukció jele: B

Mértékegysége: T (Tesla) vagy $\frac{Vs}{m^2}$ vagy $\frac{N}{Am}$

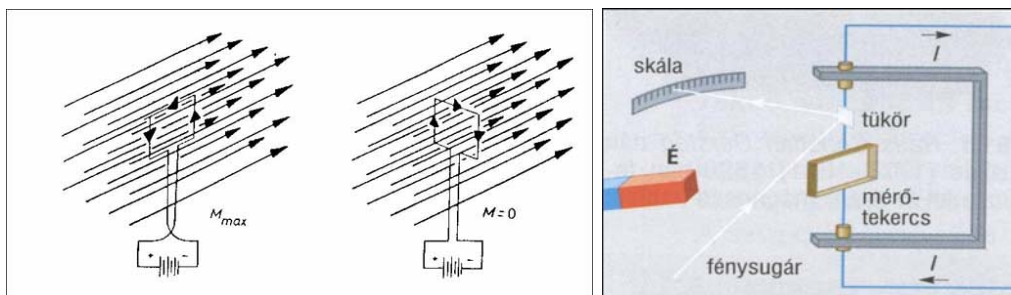
Ha a vezető a mágneses térre nem merőleges:

$$F = B \cdot I \cdot l \cdot \sin \alpha$$

$$\vec{F} = \vec{B} \times \vec{I} \cdot l$$

Mágneses térben elhelyezett áram átjárta vezetőkeretre a mágneses tér forgatónyomatékokat gyakorol. A forgatónyomaték maximális, ha a vezetőkeret síkje párhuzamos a mágneses térrel:

$$M_{\max} = B \cdot I \cdot A$$



5-5. sz. ábra Mágneses térben elhelyezett vezetőkeretre ható nyomaték

A vezetőkeretre ható forgatónyomaték a vezetőkeret tengelye és a mágneses tér erővonalai által bezárt szög alapján:

$$M = B \cdot I \cdot A \cdot \sin \alpha$$

Több menetszámú vezetőkeretre ható forgatónyomaték a menetszámmal arányos. A forgatónyomaték vektoriális alakja:

$$\vec{M} = N \cdot I \cdot \vec{A} \times \vec{B}$$

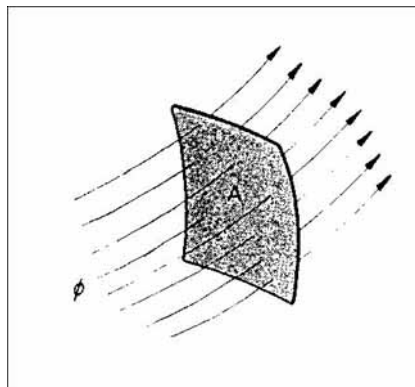
A mágneses indukció lényegében a mágneses tér erősségét jellemző fizikai mennyiség.

5.3 Mágneses fluxus

A **mágneses fluxus** adott A felületen áthaladó mágneses erővonalak száma.

$$\Phi = B \cdot A$$

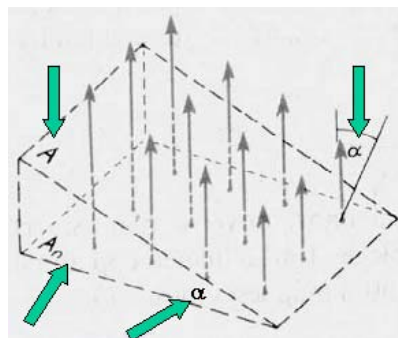
Mágneses fluxus jele: Φ
Mértékegysége: Vs vagy Wb (weber)



5-6. sz. ábra Mágneses fluxus

Ha az erővonalak nem merőlegesek a felületre:

$$\Phi = B \cdot A \cdot \cos \alpha$$



5-7. sz. ábra Vizsgált felület és az erővonalak nem merőlegesek

Zárt felületen áthaladó teljes mágneses fluxus nulla, vagyis ha bármilyen zárt felületről indukcióvonalak lépnek ki, akkor ugyanannyi indukcióvonalnak is kell belépnie e felületen át.

5.4 Mágneses permeabilitás

A **vákuum permeabilitása** zárt görbére meghatározott $\sum \mathbf{B} \cdot \Delta \mathbf{s}$ örvényerősség és a zárt görbe által körülvevett áramok közötti kapcsolatot adja meg vákuumban (gerjesztési törvény):

$$\sum_{\text{zárt görbére}} \mathbf{B} \cdot \Delta \mathbf{s} = \mu_0 \cdot \sum_A \mathbf{I}$$

$$\text{Nagysága: } \mu_0 = 1,256 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$$

5.5 Relatív permeabilitás

Ha a teljes mágneses mezőt homogén izotróp anyag tölti ki, akkor általában megnő az indukció a vákuumbéli indukcióhoz B_0 képest a közeg anyagi minőségétől függően:

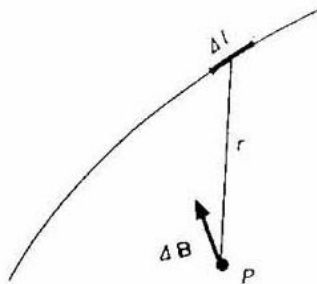
$$\mathbf{B} = \mu_r \cdot \mathbf{B}_0$$

Relatív permeabilitás jele: μ_r
Mértékegysége: dimenzió nélküli

5.6 Biot-Savart-törvény

Árammal átjárt vezeték elegendően rövid, vagyis egyenesnek tekinthető Δl hosszúságú szakasza által a tőle r távolságra lévő P pontban keltett mágneses indukció ΔB nagysága egyenesen arányos az I áramerősséggel, a vezetékszakasz hosszával és az I és r által bezárt szög szinuszával, valamint fordítottan arányos az r távolság négyzetével:

$$\Delta B = \frac{\mu_0}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{I \cdot \Delta l}{r^2} \cdot \sin \alpha$$



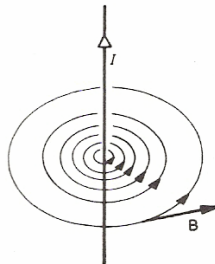
5-8. sz. ábra Biot-Savart-törvény

5.7 Végtelen hosszú vezető mágneses tere

Végtelen hosszúnak tekinthető áramjárta egyenes vezető által keltett mágneses mező indukciója:

$$B = \mu_0 \cdot \frac{I}{2 \cdot r \cdot \pi}$$

I: vezetékben folyó áram, r: vezetőtől mért távolság



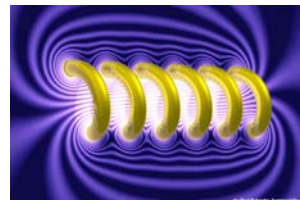
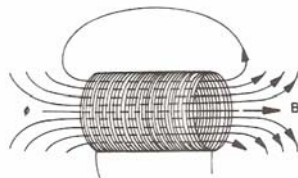
5-9. sz. ábra Hosszú egyenes vezető mágneses tere

5.8 Hosszú egyenes tekercs mágneses tere

Sűrűn csévélte, átmérőjéhez képest hosszú egyenes tekercs mágneses tere a tekercs belsejében:

$$B = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{l}$$

N: menetszám



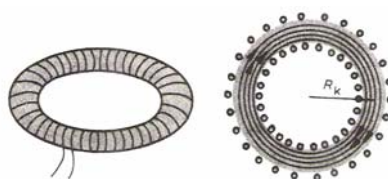
5-10. sz. ábra Hosszú egyenes tekercs mágneses tere

5.9 Körtekercs mágneses tere

Körtekercs (toroid) olyan tekercs, melynek a két vége önmagához csatlakozik. Mágneses tere a tekercs belsejében:

$$B = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{2 \cdot R_k \cdot \pi}$$

R_k : közepes sugár mentén



5-11. sz. ábra Körtekercs mágneses tere

5.10 Körvezető mágneses tere

Kör alakú vezető középpontjában a mágneses tér nagysága:

$$B = \mu_0 \cdot \frac{I}{2 \cdot R}$$

R: körvezető sugara

5.11 Mágneses térerősség

A gerjesztési törvényt, mely a B mágneses indukció és a mezőt gerjesztő áramok közötti kapcsolatot adja meg, átalakítva:

$$\sum_{\text{zárt görbére}} \mathbf{B} \cdot \Delta \mathbf{s} = \mu_0 \cdot \sum_A \mathbf{I} \quad : \mu_0$$
$$\sum_{\text{zárt görbére}} \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} \cdot \Delta \mathbf{s} = \sum_A \mathbf{I}$$
$$\sum_{\text{zárt görbére}} \mathbf{H} \cdot \Delta \mathbf{s} = \sum_A \mathbf{I}$$

Egyenlethez jutunk, melyben a H tényező a mágneses térerősség.

Mágneses térerősség jele: H

Mértékegysége: A/m

A mágneses indukció és a mágneses térerősség közötti kapcsolat:

$$B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H = \mu \cdot H$$

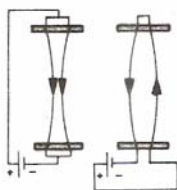
$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$ -t abszolút permeabilitásnak nevezik.

5.12 Amper-törvény

Két párhuzamos egymástól d távolságra lévő, I_1 és I_2 erősségű árammal átjárt hosszú, egyenes vezető bármelyikének l hosszúságú szakaszára ható erő:

$$F = \frac{\mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{I_1 \cdot I_2 \cdot l}{d}$$

Egyező irányú áramok esetén az erő vonzó, ellentétes irányúak esetén taszító jellegű.



5-12. sz. ábra Párhuzamos vezetők között fellépő erőhatás

5.13 Mozgó töltésre ható erő

A Lorentz-erő felírható mágneses térben mozgó töltésekre is:

$$\vec{F} = Q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

Ha a sebesség iránya az indukcióvonalakkal szöget zár be, akkor a töltésre ható erő nagysága:

$$F = Q \cdot v \cdot B \cdot \sin \alpha$$

iránya pedig merőleges mind a sebesség mind az indukcióvonalak irányára.

Ha elektromos tér is jelen van a Lorentz-erő nagysága:

$$\vec{F} = Q \cdot (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

5.14 Mozgási indukció

Ha egy l hosszúságú vezeték a mágneses tér irányára merőlegesen helyezkedik el és a hosszára és a mágneses térre is (amelynek mágneses indukciója B) merőlegesen v sebességgel mozog, a két végpontja között U **feszültség indukálódik**:

$$u_i = B \cdot l \cdot v$$

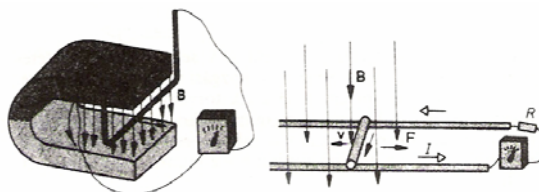
Ha a v sebesség és az indukció szöget zár be:

$$u_i = B \cdot l \cdot v \cdot \sin \alpha$$

A mozgó vezető kristályrácsaiban lévő pozitív és negatív töltéseire a Lorentz-erő hat a kétféle töltésre ellentétes irányban. Ennek következtében a fém töltései bizonyos mértékben szétválnak. A szétválás addig tart, amíg az így keletkező elektrosztatikus mező a fémen belül éppen egyensúlyt nem hoz létre a mágneses Lorentz-erővel.

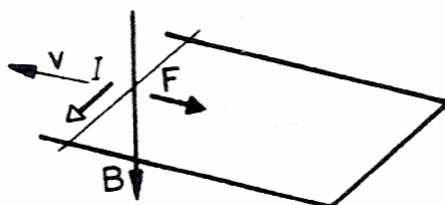
5.15 Lenz-törvénye mozgási indukcióra

Ha a mágneses indukcióban mozgó vezető végeit ellenálláson keresztül zárjuk, akkor a mozgási indukció miatt fellépő feszültség hatására a vezetőben áram indul meg. Az áram hatására újabb **Lorentz-erő** lép fel, mely akadályozza a vezetékszakasz mozgását, mert a v sebesség irányával ellentétes irányban hat.



5-13. sz. ábra Indukált feszültség, indukált áram, Lenz törvénye

Másképp az indukált áram iránya olyan, hogy mágneses hatásával akadályozni igyekszik az őt létrehozó változást.



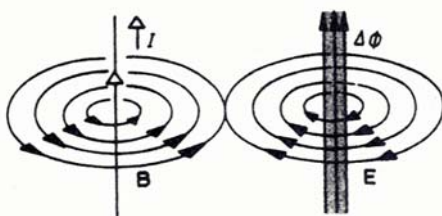
5-14. sz. ábra Lenz törvénye

5.16 Elektromágneses indukció

Ha egy tekercsben külső mágneses tér által létrehozott mágneses mező változik, akkor az feszültséget képes indukálni a tekercsben. A jelenséget nyugalmi elektromágneses indukciónak nevezik. Az **indukált feszültség** arányos a tekercs menetszámával és a mágneses fluxus változási sebességével:

$$u_i = -N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

A jelenség úgy magyarázható, hogy a változó mágneses mező maga körül elektromos mezőt kelt, mely töltéseket képes szétválasztani, és áramot képes létrehozni. Negatív előjel a balsodrású rendszert jelöli (áram által létrehozott indukció jobbsodrású).



5-15. sz. ábra Változó mágneses mező által keltett E elektromos mező

Hosszú egyenes tekercsben változó áram hatására létrejövő változó mágneses tér által keltett elektromos mező :

$$E = -\frac{1}{2 \cdot r \cdot \pi} \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

5.17 Lenz-törvénye nyugalmi indukcióra

A nyugalmi indukció által indukált feszültség zárt áramkör esetén a **Lenz törvénye** értelmében a tekercsben olyan áramot kelt, amely áram saját mágneses tere ellentétes irányú az őt keltő mágneses mező irányával.

5.18 Kölcsönös induktivitás

Ha egy tekercsben változik az áram erőssége, az maga körül változó mágneses teret hoz létre. Ha ez a változó mágneses tér behatol másik tekercs belsejébe,

akkor abban elektromos feszültséget indukál. Az indukált feszültség nagysága a fluxusváltozás sebességével, míg a fluxusváltozás az őt létrehozó tekercs áramának változásával arányos. Így közvetve az első primer tekercs áramerősség változási sebessége határozza meg a másik szekunder tekercsben indukált feszültség nagyságát, a kettő közötti csatolást meghatározó arányossági tényező az L_{12} **kölcsönös induktivitás**:

$$U_{i2} = L_{12} \cdot \frac{\Delta I_1}{\Delta t}$$

5.19 Önindukció

Ha egy tekercsben áram indul meg, vagy az áram erőssége változik, akkor megváltozik annak fluxusa. A fluxus változásának hatására a tekercs önmagában feszültséget indukál, a tekercs egyben primer és szekunder tekercsként is viselkedik. A tekercs áramának megváltozása és a saját magában indukált feszültség nagysága arányos, mely arányossági tényezőt L **öninduktivitással** fejezik ki:

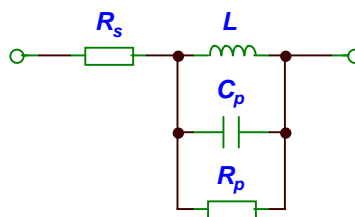
$$U_{\text{öi}} = L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

Induktivitás áramköri jele:



5-16. sz. ábra Induktivitás áramköri jele

Valóságos induktivitás a tekercselés ellenállását és a tekercs menetei közötti kapacitást figyelembe véve:

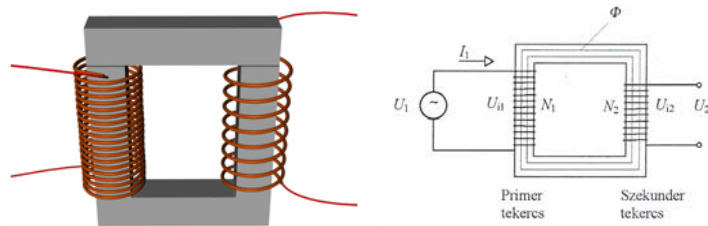


5-17. sz. ábra Valóságos induktivitás

- R_s : tekercs soros veszteségi ellenállás (vezeték ellenállás)
- C_p : párhuzamos szórt kapacitás (menetek között $n \cdot \text{pF} \dots \text{nF}$)
- R_p : párhuzamos veszteségi ellenállás ($n \cdot \text{k}\Omega \dots \text{M}\Omega$)

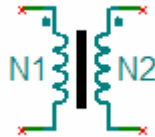
5.20 Transzformátor

A kölcsönös induktivitás jelenségét felhasználva, ha a két tekercs között maximális csatolást hozunk létre úgy, hogy a mágneses tér erővonalait vasmaggal vezetjük át az egyik és másik tekercs között, akkor transzformátort hozunk létre.



5-18. sz. ábra Transzformátor

Transzformátor áramköri jele:

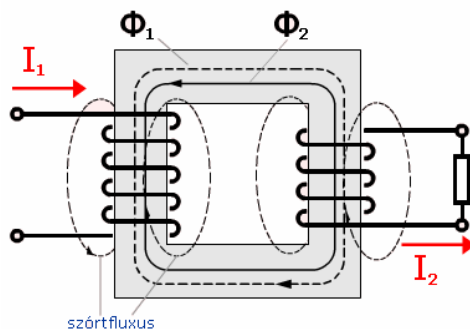


5-19. sz. ábra Transzformátor áramköri jele

A transzformátor egyik tekercsére szinuszosan váltakozó feszültséget kapcsolva, annak I_1 árama is szinuszosan váltakozó lesz. A szinuszosan váltakozó áram hatására a tekercsben váltakozó mágneses mező, váltakozó Φ_1 fluxus jön létre. A váltakozó mágneses mezőt a vasmag a másik tekercs belsejébe vezeti és a váltakozó fluxus a másik tekercsben szinuszosan váltakozó U_2 feszültséget indukál.

Azt a tekercset, amelyre a váltakozó feszültséget kapcsoljuk primer tekercsnek, míg amelyben váltakozó feszültség indukálódik szekunder tekercsnek nevezzük.

Ha a szekunder tekercs kivezetéseire terhelést kapcsolunk, akkor a szekunder tekercsben indukált feszültség a terhelésen áramot hajt keresztül, így a szekunder tekercsben szinuszosan váltakozó I_2 nagyságú áram fog folyni. Az I_2 áram a szekunder tekercsben egy másik Φ_2 a Φ_1 fluxussal ellentétes irányú fluxust hoz létre (Lenz-törvénye értelmében az őt létrehozó hatás ellen ható). Ennek hatására csökken a primer és a szekunder oldali tekercsben is az eredő fluxus nagysága, aminek következtében csökkennie kellene az indukált feszültség nagyságának. Mivel a primer oldal feszültségét egy állandó amplitúdójú szinuszos forrás biztosítja, ezért a feszültség csökkenni nem tud, vagyis a primer oldal I_1 árama nő meg annyira, hogy a terheletlen állapotnak megfelelő, vagyis eredőben Φ_1 nagyságú fluxus jöjjön létre. Tehát I_2 áram növekedése I_1 áram növekedését vonja maga után.



5-20. sz. ábra Transzformátor terhelt állapotban

A primer és szekunder oldal feszültségének viszonyát a primer és szekunder tekercsek menetszámának aránya, az áttétel határozza meg:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = a$$

$$U_2 = \frac{N_2}{N_1} \cdot U_1 = \frac{1}{a} \cdot U_1$$

A transzformátor primer és szekunder árama veszteségmentes transzformátor esetén a felvett és leadott teljesítmények egyenlőségéből meghatározható:

$$P_1 = P_2$$

$$U_1 \cdot I_1 = U_2 \cdot I_2$$

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} = a$$

Tehát a primer áram változása a szekunder áram függvényében:

$$I_1 = \frac{I_2}{a}$$

Transzformátoroknak nagy jelentősége van a villamos energia kis veszteségű szállításában. A villamos energia szállítása során a veszteség jelentős része a vezetékben folyó áram által a vezeték ellenállásán hővé alakuló energia. Transzformátorok segítségével a feszültség feltranszformálható (nagyobb értékre), így ugyanakkora teljesítmény szállításához kisebb áramra van szükség, így a veszteség is kisebb. A fogyasztóknál a feszültség szintén transzformátorok segítségével, a szükséges értékre, visszatranszformálásra (letranszformálás kisebb értékre) kerül.

5.21 Mágneses mező energiája

Tekercs mágneses mezejének felépítéséhez szükséges munka:

$$W_{\text{mág}} = E_{\text{mág}} = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2$$

5.22 Ellenőrző kérdések

1. Hogyan számítható a Lorentz erő?
2. Mit mond a Biot-Svart törvény?
3. Írja fel árammal átjárt egyenes vezető mágneses indukciójának képletét!
4. Írja fel hosszú egyenes árammal átjárt tekercs mágneses indukciójának képletét!
5. Mekkora erőhatás lép fel két 10 cm távolságban lévő vezető között, ha azokban 1000A nagyságú áram folyik és 10cm távolságra vannak egymástól?

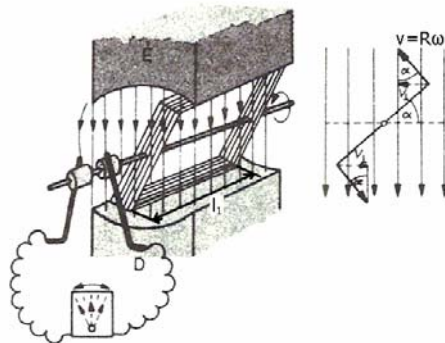
6. Mekkora feszültség indukálódik abban a 10cm hosszú egyenes vezetőben, amelyik mágneses térben az erővonalakra merőlegesen 10m/s sebességgel mozog, ha a mágneses tér indukciója 2T?
7. Fogalmazza meg Lenz törvényét!
8. Mekkora feszültség indukálódik egy 10 menetes tekercsben, ha benne a mágneses indukció nagysága 2ms alatt 2mVs-ot változik?
9. Mekkora egy transzformátor szekunder feszültségének nagysága, ha a primer feszültség 230V effektív, és a menetszámok $N_1=200$, $N_2=20$?

6 Váltakozóáramú hálózatok (Alternating Current – AC)

6.1 Szinuszosan váltakozó feszültség és áram előállítása

Állandómágnes közelítőleg homogén mágneses mezejében ω szögsebességgel téglalap alakú vezetőkeretet az indukcióra merőleges tengelye mentén forgatva a vezeték mindkét l_1 hosszúságú (indukcióra merőleges, forgástengellyel párhuzamos vezetékpár) szakaszán feszültség indukálódik a szöghelyzetének függvényében:

$$u_i = B \cdot l \cdot v \cdot \sin \alpha$$
$$l = l_1 + l_1$$



6-1. sz. ábra Váltakozó feszültség előállítása

Az indukált feszültség értéke a vezető keret tengelyének függvényében szinuszos függvény szerint állandóan változik. Váltakozó mennyiségeket kis betűvel jelölik. Pillanatértéke az idő függvényében is kifejezhető:

$$u_i = B \cdot l \cdot v \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$$

A feszültség maximumát, vagyis csúcsértékét $\sin(\omega \cdot t + \varphi) = 1$ esetén veszi fel. A csúcsérték \hat{U} jelölésével:

$$u_i = \hat{U} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = \frac{2 \cdot \pi}{T}$$

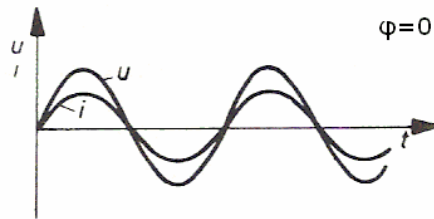
$$\sin(\alpha - 90) = \cos(\alpha)$$

A képlet alapján minden szinuszos mennyiség jellemezhető egyrészt csúcsértékével, másrészt körfrekvenciájával, frekvenciájával vagy periódusidejével és harmadrészt kezdőfázisával.

A vezetőkeret végeire R ellenállást kapcsolva, az ellenállás árama:

$$i = \frac{u_i}{R} = \frac{\hat{U}}{R} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) = \hat{I} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$$

Az ellenálláson létrejövő áram a feszültséggel azonos fázisban változik.



6-2. sz. ábra Váltakozó feszültség és áram jelalakja

6.2 Effektív érték

Váltakozó feszültség effektív értékén annak az egyenfeszültségnek a nagyságát értjük, amely ugyanazon az ellenálláson, ugyanannyi idő alatt ugyanannyi hőt fejleszt, mint az adott váltakozó feszültség. Effektív érték jelölésére nagybetűt használnak. R ellenállás teljesítménye:

$$\begin{aligned}
 U_{\text{eff}} &= U \\
 u &= \hat{U} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) \\
 W_{\text{hő}} &= P \cdot T = \frac{U^2}{R} \cdot T = \int_0^T (u \cdot i) dt = \int_0^T \left(\hat{U} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) \cdot \frac{\hat{U} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)}{R} \right) dt \\
 \frac{U^2}{R} \cdot T &= \int_0^T \left(\frac{\hat{U}^2 \cdot \sin^2(\omega \cdot t + \varphi)}{R} \right) dt \\
 U^2 \cdot T &= \int_0^T (\hat{U}^2 \cdot \sin^2(\omega \cdot t + \varphi)) dt
 \end{aligned}$$

Effektív feszültség értéke tetszőleges váltakozó feszültség alapján:

$$\begin{aligned}
 U_{\text{eff}} &= \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T u^2(t) dt} \\
 U^2 \cdot T &= \int_0^T \left(\hat{U}^2 \cdot \frac{1 - \cos(2 \cdot [\omega \cdot t + \varphi])}{2} \right) dt = \hat{U}^2 \cdot \int_0^T \frac{1}{2} - \int_0^T \left(\frac{1}{2} \cdot \cos(2 \cdot [\omega \cdot t + \varphi]) \right) dt \\
 U^2 \cdot T &= \hat{U}^2 \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot T - \frac{1}{2} \int_0^T \cos(2 \cdot [\omega \cdot t + \varphi]) dt \right] \\
 U^2 \cdot T &= \hat{U}^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot T \\
 U &= U_{\text{eff}} = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}}
 \end{aligned}$$

Áramra hasonlóan írható:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{\hat{U}}{R \cdot \sqrt{2}} = \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}}$$

6.3 Középértékek, formatényező, csúcstényező

Váltakozó mennyiségeket a mennyiségek középértékével is szokták jellemezni.

Egyszerű középérték:

$$U_k = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T u(t) dt$$

Abszolút középérték:

$$U_{ak} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T |u(t)| dt$$

Szinuszos mennyiségekre:

$$U_k = 0$$
$$U_{ak} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T |u(t)| dt = \frac{1}{T/2} \cdot \int_0^{T/2} \hat{U} \cdot \sin(\omega \cdot t) dt = \frac{\hat{U}}{T/2} \cdot \left[\frac{-\cos(\omega \cdot t)}{\omega} \right]_0^{T/2}$$
$$U_{ak} = \frac{\hat{U}}{T/2} \cdot \left[\frac{-\cos(\pi) + \cos(0)}{\frac{2 \cdot \pi}{T}} \right] = \frac{\hat{U}}{T/2} \cdot \frac{T}{\pi} = \frac{2}{\pi} \cdot \hat{U} = 0,6366 \cdot \hat{U}$$

Formatényező:

$$k_f = \frac{U_{eff}}{U_a} = \frac{\frac{\hat{U}}{\sqrt{2}}}{\frac{2}{\pi} \cdot \hat{U}} = 1,11$$

Csúcstényező:

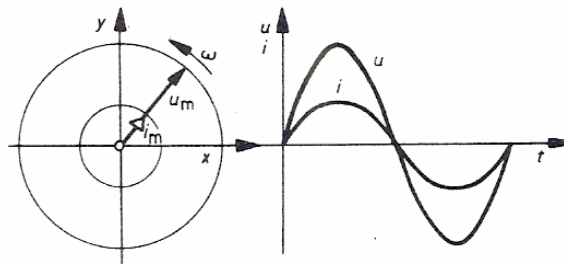
$$k_{cs} = \frac{\hat{U}}{U_{eff}} = \frac{\hat{U}}{\frac{\hat{U}}{\sqrt{2}}} = 1,41$$

6.4 Szinuszosan változó mennyiségek vektoros ábrázolása, fazor

Ha szinuszosan változó mennyiség csúcstértékét felmérjük az x tengelyre, majd ezt ω szögsebességgel pozitív forgásirányba forgatni kezdjük, akkor a forgatással kapott vektor y tengelyre eső vetülete éppen a szinuszosan (koszinusz) változó mennyiség értékeit adja.

A forgó vektor komplex koordináta-rendszerben történő ábrázolása adja annak fazorját.

Ellenállás feszültsége és árama azonos fázisú, a fázorjuk tehát azonos szöget zár be.



6-3. sz. ábra Forgó vektor (ellenállás feszültség és áram fázorja)

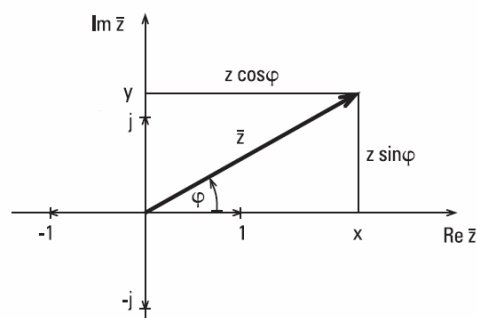
6.5 Komplex időfüggvény

Egy komplex számot három alakban tudunk felírni:

$$\bar{z} = \underbrace{x + jy}_{\text{algebrai alak}} = \underbrace{z \cdot \cos \varphi + j \cdot z \cdot \sin \varphi}_{\text{trigonometrikus alak}} = \underbrace{z \cdot e^{j\varphi}}_{\text{exponenciális alak}}$$

$$j = \sqrt{-1}, \quad z = |\bar{z}| = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \varphi = \arctg \frac{y}{x}$$

$$x = \text{Re } \bar{z} = z \cdot \cos \varphi, \quad y = \text{Im } \bar{z} = z \cdot \sin \varphi$$



6-4. sz. ábra Komplex fázor

Az exponenciális alak lehetővé teszi, hogy trigonometrikus függvények az egyszerűbb exponenciális alakkal számíthatók legyenek. Komplex szám segítségével a trigonometrikus alakban adott feszültség időfüggvény:

$$u(t) = \hat{U} \cdot \cos(\omega \cdot t + \rho)$$

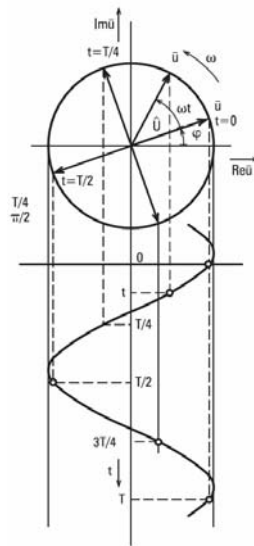
felírható komplex alakban, a komplex szám valós részeként:

$$\bar{u} = \hat{U} \cdot e^{j(\omega \cdot t + \rho)} = \hat{U} \cdot \left[\underbrace{\cos(\omega \cdot t + \rho)}_{\text{Re}} + j \cdot \underbrace{\sin(\omega \cdot t + \rho)}_{\text{Im}} \right]$$

$$u(t) = \text{Re } \bar{u} = \hat{U} \cdot \cos(\omega \cdot t + \rho)$$

Az \bar{u} komplex pillanatérték egy olyan fázor, amelynek hossza \hat{U} , szöge $(\omega \cdot t + \rho)$, vagyis ω szögsebességgel forog pozitív irányban, és $t=0$ pillanatban szöge ρ . Az

u valódi vagy valós pillanatérték szerint e körben forgó fázor vetülete a valós tengelyre:



6-5. sz. ábra Forgó fázor vetülete

6.6 Komplex csúcs és effektív érték

Az exponenciális alakban felírt feszültség időfüggvény:

$$\bar{u} = \hat{U} \cdot e^{j(\omega \cdot t + \rho)} = \hat{U} \cdot e^{j\rho} \cdot e^{j\omega t}$$

alapján a komplex csúcsérték:

$$\hat{\bar{U}} = \hat{U} \cdot e^{j\rho}$$

Komplex effektív érték:

$$\bar{U} = \frac{\hat{\bar{U}}}{\sqrt{2}} = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}} \cdot e^{j\rho}$$

A csúcsérték és a kezdőfázis:

$$\hat{U} = |\hat{\bar{U}}|, \rho = \arg \hat{\bar{U}}$$

6.7 Szinuszos gerjesztésű (bemenetű) hálózatok

Szinuszos gerjesztés esetén lineáris hálózat minden elemén állandósult állapotban ω körfrekvenciájú szinuszos feszültség és áram jön létre. Mivel az ω körfrekvencia a hálózatban közös, ezért egy vizsgált mennyiségre vonatkozó valamennyi információt megadja a csúcsérték (effektív érték) és a kezdőfázis ismerete. A csúcsértéket és kezdőfázist egyaránt kifejezi a komplex csúcsérték, ill. effektív érték.

Két azonos körfrekvenciájú szinuszos feszültség összegezésakor nemcsak a pillanatértékeket összegezzük, hanem a komplex effektív értékeket, ill. a komplex csúcsértékeket is:

$$\begin{aligned}\hat{U}_0 \cdot e^{j\rho_0} \cdot e^{j\omega t} &= \hat{U}_1 \cdot e^{j\rho_1} \cdot e^{j\omega t} + \hat{U}_2 \cdot e^{j\rho_2} \cdot e^{j\omega t} && : e^{j\omega t} \\ \hat{U}_0 \cdot e^{j\rho_0} &= \hat{U}_1 \cdot e^{j\rho_1} + \hat{U}_2 \cdot e^{j\rho_2} \\ \hat{U}_0 &= \hat{U}_1 + \hat{U}_2\end{aligned}$$

Az összegzés során a nehezen számítható trigonometrikus függvények összegzése helyett, az egyszerűen számítható komplex csúcsértékeket kell összegezni.

Ugyanezek az összefüggések érvényesek és alkalmazhatók értelemszerűen más szinuszosan változó mennyiségekre is.

6.8 Impedancia

Váltakozó áramú hálózatok esetén az Ohm-törvénnyel analóg összefüggés adja az impedancia értékét:

$$\frac{\bar{u}}{\bar{i}} = \frac{\hat{U}}{\hat{I}} = \frac{U}{I} = \bar{Z}$$

Impedancia jele: Z
Impedancia mértékegysége: Ω



6-6. sz. ábra Impedancia áramköri jelölése

Ellenállás feszültsége és árama közötti kapcsolatot az ellenállás nagysága határozza meg:

$$\begin{aligned}u_R(t) &= R \cdot i_R(t) \\ \bar{u}_R &= R \cdot \bar{i}_R\end{aligned}$$

Induktivitás feszültsége és árama közötti kapcsolatot az öninduktivitás határozza meg:

$$\begin{aligned}U_{\delta i} &= L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t} \\ u_L(t) &= L \cdot \frac{di_L(t)}{dt} \\ \bar{u}_L &= L \cdot \frac{d\bar{i}_L}{dt}\end{aligned}$$

Kondenzátor árama és feszültsége közötti kapcsolatot annak kapacitása határozza meg:

$$i_C(t) = \frac{dQ_C}{dt} = \frac{dC \cdot u_C(t)}{dt} = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt}$$

$$\bar{i}_C = C \cdot \frac{d\bar{u}_C}{dt}$$

Komplex időfüggvény deriváltja:

$$\frac{d\bar{u}}{dt} = \frac{d\hat{U} \cdot e^{j\rho} \cdot e^{j\omega t}}{dt} = \hat{U} \cdot e^{j\rho} \cdot \frac{e^{j\omega t}}{dt} = \hat{U} \cdot e^{j\rho} \cdot j\omega \cdot e^{j\omega t} = j\omega \cdot \bar{u}$$

$$\frac{d\bar{i}}{dt} = j\omega \cdot \bar{i}$$

Ezek alapján az impedancia értéke ellenállás esetén:

$$\bar{Z}_R = \frac{\bar{u}_R}{\bar{i}_R} = R$$

induktivitás esetén:

$$\bar{Z}_L = \frac{\bar{u}_L}{\bar{i}_L} = \frac{L \cdot j\omega \bar{i}_L}{\bar{i}_L} = j\omega L = \omega L \cdot e^{j90^\circ}$$

kondenzátor esetén:

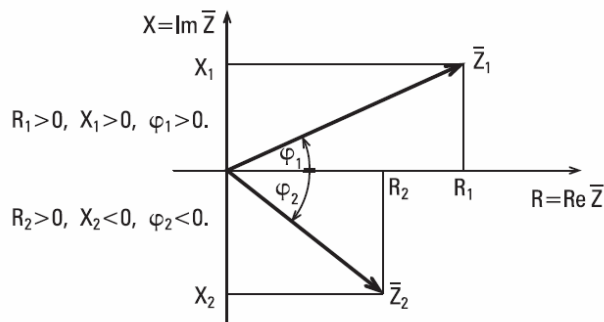
$$\bar{Z}_C = \frac{\bar{u}_C}{\bar{i}_C} = \frac{\bar{u}_C}{C \cdot j\omega \bar{u}_C} = \frac{1}{j\omega C} = -j \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{\omega C} \cdot e^{j-90^\circ}$$

Az impedancia valós része R hatásos ellenállás, képzetes része X meddő ellenállás vagy reaktancia, szöge φ :

$$\bar{Z} = R + jX = Z \cdot e^{j\varphi}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}, \quad \varphi = \arctg \frac{X}{R} \quad \text{ha } \frac{X}{R} < 0 \text{ akkor } \varphi = \varphi + 180$$

$$R = Z \cdot \cos \varphi, \quad X = Z \cdot \sin \varphi$$



6-7. sz. ábra Impedancia ábrázolása fazorral

A tekercsnek és a kondenzátornak csak reaktanciája van, ezért ezek reaktáns elemek. Az induktív és kapacitív reaktancia nagysága:

$$X_L = \omega L, X_C = \frac{1}{\omega C}$$

Általános Ohm-törvény felírható az alábbi alakban:

$$\frac{\bar{U}}{\bar{I}} = \frac{U \cdot e^{j\rho_u}}{I \cdot e^{j\rho_i}} = \frac{U}{I} \cdot e^{j(\rho_u - \rho_i)} = Z \cdot e^{j\varphi}$$

$$\frac{U}{I} = Z, \rho_u - \rho_i = \varphi$$

Ha az impedancia φ szöge pozitív, akkor a feszültség siet az impedancia szögével az áramhoz képest. Ha φ negatív, akkor a feszültség késik az áramhoz képest. Az impedancia nagyságát Z látszólagos ellenállásnak nevezik.

Impedancia reciproka az admittancia.

$$Y = \frac{1}{Z}$$

Admittancia jele: Y
Mértékegysége: S (siemens)

6.8.1 Induktív reaktancia

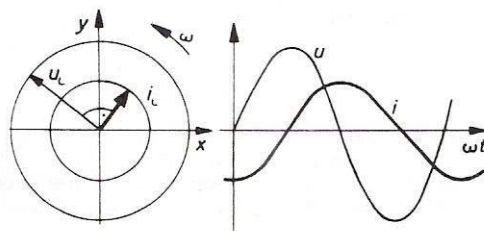
Induktivitás váltakozó áramú ellenállása:

$$\bar{Z}_L = j\omega L = \omega L \cdot e^{j90^\circ}$$

$$\frac{\bar{U}_L}{\bar{I}} = j\omega L = \omega L \cdot e^{j90^\circ}$$

$$\bar{U}_L = \bar{I} \cdot \omega L \cdot e^{j90^\circ} = X_L \cdot \bar{I} \cdot e^{j90^\circ}$$

A fenti képlet alapján az induktivitás feszültsége $+90^\circ$ szöget zár be annak áramához képest, vagyis a feszültség siet az áramhoz képest.



6-8. sz. ábra Induktivitás feszültsége és árama

6.8.2 Kapacitív reaktancia

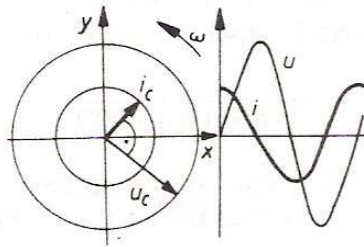
Kapacitás váltakozó áramú ellenállása:

$$\bar{Z}_C = -j \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{\omega C} \cdot e^{j-90^\circ}$$

$$\frac{\bar{u}_C}{\bar{i}_C} = \frac{1}{j\omega C} = -j \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{\omega C} \cdot e^{j-90^\circ}$$

$$\bar{u}_C = \bar{i}_C \cdot \frac{1}{\omega C} \cdot e^{j-90^\circ} = X_C \cdot \bar{i}_C \cdot e^{j-90^\circ}$$

A fenti képlet alapján a kapacitás feszültsége -90° szöget zár be annak áramához képest, vagyis a feszültség késik az áramhoz képest.



6-9. sz. ábra Kapacitás feszültsége és árama

6.9 Váltakozó áramú hálózatok számítása fazorok segítségével

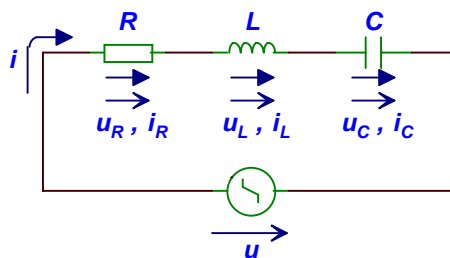
Váltakozó áramú hálózatok eredő impedanciájának, szinuszos feszültségeinek és áramainak meghatározása fazorok erdőjének meghatározására vezethető vissza.

Eredő impedancia számításához a következő összefüggéseket kell figyelembe venni:

$$\bar{Z}_R = R \cdot e^{j0^\circ} = R, \quad \bar{Z}_L = X_L \cdot e^{j90^\circ} = j \cdot X_L, \quad \bar{Z}_C = X_C \cdot e^{j-90^\circ} = -j \cdot X_C$$

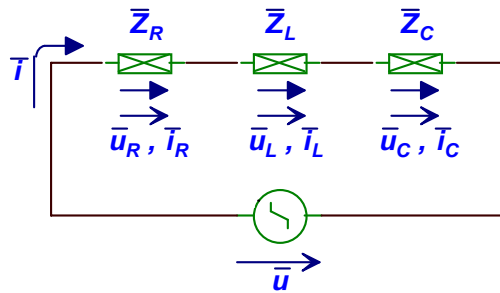
Tehát az ellenállás impedanciájának fazorjához képest az induktivitás impedanciájának fazorja 90° -ot siet, míg a kapacitás fazorja 90° -ot késik.

A három impedanciát sorosan kapcsolva, vagyis az ellenállást, induktivitást és a kapacitást sorosan kötve soros RLC kapcsoláshoz jutunk:

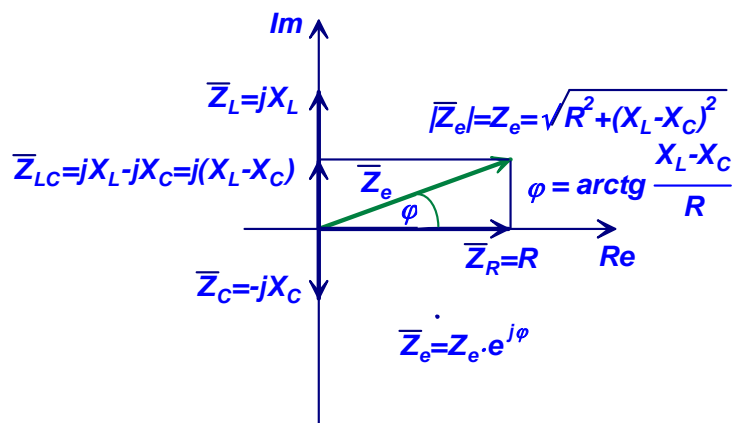


6-10. sz. ábra Soros RLC kapcsolás

Az ellenállás impedanciájának a szöge 0° , az induktivitásé $+90^\circ$, a kapacitásé -90° , amely alapján az impedanciákra vonatkozó fazorábra, feltételezve, hogy az induktivitás impedanciája nagyobb:



6-11. sz. ábra Soros RLC kör impedanciákkal



6-12. sz. ábra Soros RLC kapcsolás impedanciákra vonatkozó fázorábrája

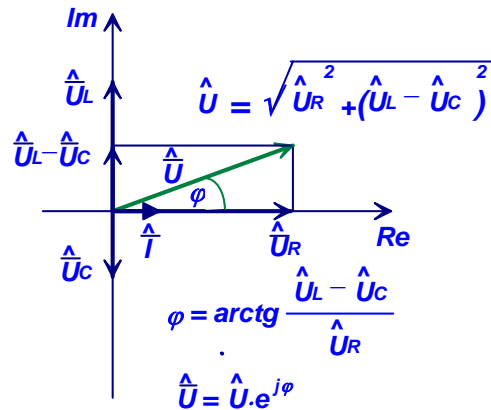
A fázorábráról látható, hogy az induktivitás és a kapacitás impedanciája egymásból kivonódik. Az eredő impedancia nagysága és szöge a derékszögű háromszögből számítható:

$$|\bar{Z}_e| = Z_e = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{X_L - X_C}{R}$$

$$\bar{Z}_e = Z_e \cdot e^{j\varphi}$$

Soros RLC kapcsolás feszültségeinek és áramainak meghatározásához szintén alkalmazhatók a feszültég- és áramfázorok. Soros kapcsolás következtében az egyes elemek feszültségeinek összege adja a generátor feszültségét. Mivel a feszültség- és áramfázorok ω szögsebességgel forognak, ezért egy adott időpillanatban megállítva ezen vektorokat lehet egy pillanatfelvételt készíteni. A pillanatfelvételt célszerű úgy készíteni, hogy a fázorok a legegyszerűbben felrajzolhatók legyenek. Ez általában akkor teljesül, ha a pillanatfelvételen a hálózatban lévő ellenállás feszültsége és vele fázisban lévő árama esik a vízszintes tengelyre:



6-13. sz. ábra Soros RLC kapcsolás feszültség- és áramfázorjai

Mivel az ellenállás, induktivitás és kapacitás sorba van kötve, ezért mindegyik elemén ugyanakkora áram folyik keresztül:

$$\bar{i} = \bar{i}_R = \bar{i}_L = \bar{i}_C$$

Komplex csúcsértékekkel felírva:

$$\begin{aligned} \hat{I} &= \hat{I}_R = \hat{I}_L = \hat{I}_C \\ \hat{I} &= \hat{I}_R = \hat{I}_L = \hat{I}_C \end{aligned}$$

A tekercs feszültsége $+90^\circ$ -ot siet, míg a kondenzátor feszültsége -90° -ot késik az áramához képest. Ezért a fázorábrán az induktivitás komplex feszültségének csúcsértéke felfelé, míg a kondenzátoré lefelé mutat. A fázorok eredőjének meghatározásához az egy tengelybe eső induktivitás és kapacitás feszültsége egymásból kivonódik, majd a derékszögű háromszög alapján:

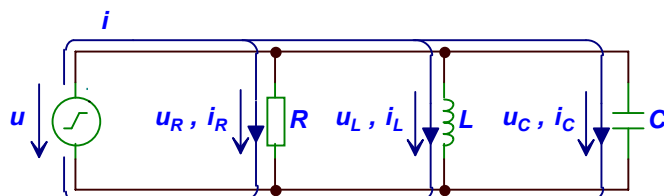
$$\begin{aligned} \hat{U} &= \hat{U}_R + (\hat{U}_L - \hat{U}_C) \\ \hat{U} &= \sqrt{\hat{U}_R^2 + (\hat{U}_L - \hat{U}_C)^2} \\ \varphi &= \arctg \frac{\hat{U}_L - \hat{U}_C}{\hat{U}_R} \\ \hat{U} &= \hat{U} \cdot e^{j\varphi} \end{aligned}$$

$$\hat{I} = \frac{\hat{U}}{Z_e}, \quad \hat{U}_R = \hat{I} \cdot R, \quad \hat{U}_L = \hat{I} \cdot X_L, \quad \hat{U}_C = \hat{I} \cdot X_C$$

$$\begin{aligned} u(t) &= \hat{U} \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi) \\ i(t) &= i_R(t) = i_L(t) = i_C(t) = \hat{I} \cdot \cos(\omega \cdot t) \\ u_R(t) &= \hat{U}_R \cdot \cos(\omega \cdot t) \\ u_L(t) &= \hat{U}_L \cdot \cos(\omega \cdot t + 90^\circ) \\ u_C(t) &= \hat{U}_C \cdot \cos(\omega \cdot t - 90^\circ) \end{aligned}$$

A felírt képletek komplex effektív értékek esetén is igazak, de figyelembe kell venni a csúcsérték és effektív érték közötti átváltási tényezőt.

A három impedanciát párhuzamosan kapcsolva, vagyis az ellenállást, induktivitást és a kapacitást párhuzamosan kötve párhuzamos RLC kapcsoláshoz jutunk:

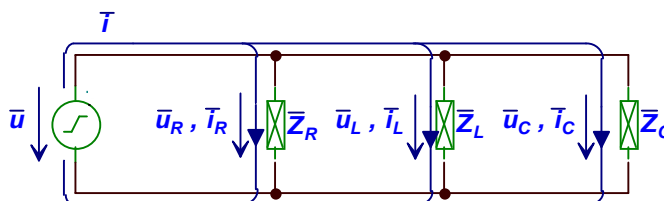


6-14. sz. ábra Párhuzamos RLC kapcsolás

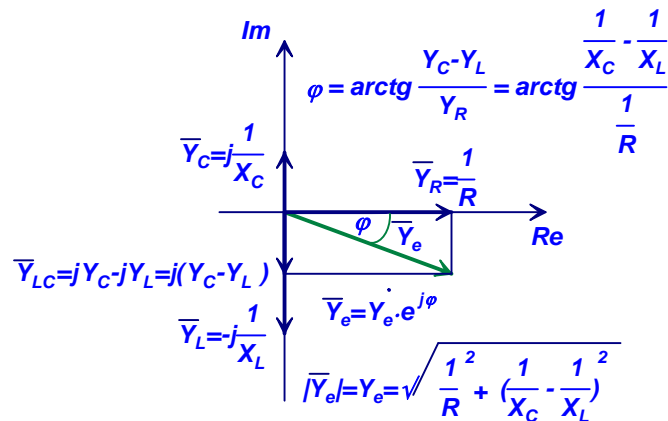
Párhuzamos kapcsolás esetén az admittanciák (impedancia reciproka) összegződnek.

$$\begin{aligned}\bar{Z}_R &= R \cdot e^{j0^\circ} = R, \quad \bar{Z}_L = X_L \cdot e^{j90^\circ} = j \cdot X_L, \quad \bar{Z}_C = X_C \cdot e^{j-90^\circ} = -j \cdot X_C \\ \bar{Y}_R &= \frac{1}{R \cdot e^{j0^\circ}} = \frac{1}{R}, \quad \bar{Y}_L = \frac{1}{X_L \cdot e^{j90^\circ}} = \frac{1}{X_L} \cdot e^{j-90^\circ} = -j \cdot \frac{1}{X_L}, \\ \bar{Y}_C &= \frac{1}{X_C \cdot e^{j-90^\circ}} = \frac{1}{X_C} \cdot e^{j90^\circ} = j \cdot \frac{1}{X_C}\end{aligned}$$

Az ellenállás admittanciájának a szöge 0° , az induktivitásé -90° , a kapacitásé $+90^\circ$, amely alapján az admittanciákra vonatkozó fazorábra, feltételezve, hogy az induktivitás admittanciája nagyobb:



6-15. sz. ábra Párhuzamos RLC kör impedanciákkal



6-16. sz. ábra Párhuzamos RLC kapcsolás admittanciákra vonatkozó fazorábrája

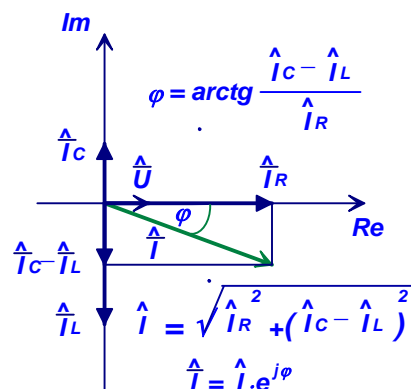
A fazorábráról látható, hogy az induktivitás és a kapacitás impedanciája egymásból kivonódik. Az eredő impedancia nagysága és szöge a derékszögű háromszögből számítható:

$$|\bar{Y}_e| = Y_e = \frac{1}{|\bar{Z}_e|} = \frac{1}{Z_e} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right)^2}$$

$$\varphi = \arctg \frac{\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}}{\frac{1}{R}}$$

$$\bar{Z}_e = Z_e \cdot e^{j-\varphi}$$

Párhuzamos RLC kapcsolás feszültségeinek és áramainak meghatározásához szintén alkalmazhatók a feszültég- és áramfazorok. A tekercs feszültsége +90°-ot siet (árama -90°-ot késik a feszültséghez), míg a kondenzátor feszültsége -90°-ot késik (árama +90°-ot siet a feszültséghez) az áramához képest:



6-17. sz. ábra Párhuzamos RLC kapcsolás feszültség- és áramfazorjai

Mivel az ellenállás, induktivitás és kapacitás párhuzamosan van kötve, ezért mindegyik elemen ugyanakkora a feszültség:

$$\bar{u} = \bar{u}_R = \bar{u}_L = \bar{u}_C$$

Komplex csúcsértékekkel felírva:

$$\hat{U} = \hat{U}_R = \hat{U}_L = \hat{U}_C$$

$$\hat{U} = \hat{U}_R = \hat{U}_L = \hat{U}_C$$

A tekercs árama -90° -ot késik, míg a kondenzátor feszültsége $+90^\circ$ -ot siet a feszültséghez képest. Ezért a fazorábrán az induktivitás komplex áramának csúcsértéke lefelé, míg a kondenzátoré felfelé mutat. A fazorok eredőjének meghatározásához az egy tengelybe eső induktivitás és kapacitás feszültsége egymásból kivonódik, majd a derékszögű háromszög alapján:

$$\hat{I} = \hat{I}_R + (\hat{I}_C - \hat{I}_L)$$

$$\hat{I} = \sqrt{\hat{I}_R^2 + (\hat{I}_C - \hat{I}_L)^2}$$

$$\varphi = \arctg \frac{\hat{I}_C - \hat{I}_L}{\hat{I}_R}$$

$$\hat{I} = \hat{I} \cdot e^{j\varphi}$$

$$\hat{I} = \frac{\hat{U}}{Z_e}, \hat{I}_R = \frac{\hat{U}}{R}, \hat{I}_L = \frac{\hat{U}}{X_L}, \hat{I}_C = \frac{\hat{U}}{X_C}$$

$$u(t) = u_R(t) = u_L(t) = u_C(t) = \hat{U} \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

$$i(t) = \hat{I} \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)$$

$$i_L(t) = \hat{I}_L \cdot \cos(\omega \cdot t - 90^\circ)$$

$$i_R(t) = \hat{I}_R \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

$$i_C(t) = \hat{I}_C \cdot \cos(\omega \cdot t + 90^\circ)$$

A felírt képletek komplex effektív értékek esetén is igazak, de figyelembe kell venni a csúcsérték és effektív érték közötti átváltási tényezőt.

6.10 Váltakozó áramú hálózatok számítása komplex leírásmód segítségével

Komplex számítási mód esetén a hálózat szinuszos feszültségeit, áramait komplex alakban és a hálózati elemek váltakozó áramú ellenállásait komplex impedanciákkal kell felírni.

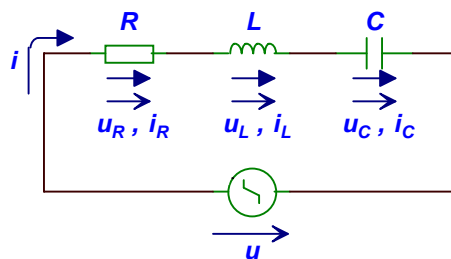
Az így létrejött hálózatban a komplex feszültségek és áramok az eredő impedancia, feszültségosztó, áramosztó, Kirchoff I. és II. törvénye alapján ugyanúgy számíthatók, mint egyenáramú hálózatok esetében.

A hálózatban meghatározott komplex feszültségek és áramok alapján a szinuszos feszültség és áram időfüggvények a komplex mennyiségek valós részeként írhatók fel.

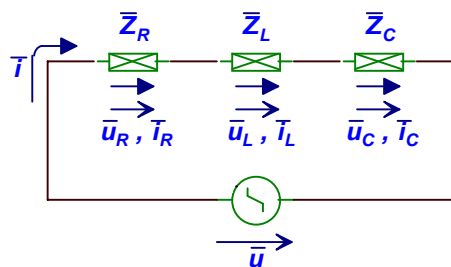
Ezek alapján váltakozóáramú hálózatok számításának lépései:

1. Hálózat gerjesztő feszültségeinek és áramainak felírása komplex alakban.
2. Hálózati elemek impedanciájának meghatározása, impedanciákkal adott hálózat felrajzolása.
3. Hálózatban a keresett feszültségek áramok meghatározása az egyenáramú hálózatoknál is alkalmazott módszerekkel.
4. A meghatározott komplex feszültségek és áramok időfüggvényeinek felírása, azok valós részének segítségével.

Soros RLC kapcsolás feszültségeinek és áramainak számítása az eredő impedancia és a feszültségosztó képletének alkalmazásával:



6-18. sz. ábra Soros RLC kapcsolás



6-19. sz. ábra Soros RLC kapcsolás komplex feszültségekkel, áramokkal, impedanciákkal

Legyen a feszültséggenerátor időfüggvénye a következő alakú:

$$u(t) = \hat{U} \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

vagyis, $\rho=0$ kezdőfázisú és \hat{U} amplitúdójú ω körfrekvenciájú szinuszos (koszinusz) feszültség.

A feszültséggenerátor feszültségének komplex csúcsértéke:

$$\hat{U} = \hat{U} \cdot e^{j0^\circ} = \hat{U}$$

Az impedanciák nagyságai:

$$\bar{Z}_R = R, \quad \bar{Z}_L = j \cdot X_L, \quad \bar{Z}_C = -j \cdot X_C$$

Eredő impedancia, nagysága az impedanciák összege, mivel a három impedancia sorba kapcsolódik:

$$\begin{aligned}\bar{Z}_e &= \bar{Z}_R + \bar{Z}_L + \bar{Z}_C \\ \bar{Z}_e &= R + j \cdot X_L - j \cdot X_C = R + j \cdot (X_L - X_C) \\ |\bar{Z}_e| &= Z_e = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \\ \varphi &= \arctg \frac{X_L - X_C}{R} \\ \bar{Z}_e &= Z_e \cdot e^{j\varphi}\end{aligned}$$

A körben folyó áram nagysága az eredő impedancia alapján:

$$\hat{I} = \frac{\hat{U}}{\bar{Z}_e} = \frac{\hat{U}}{R + j \cdot (X_L - X_C)} = \hat{I} \cdot e^{j\rho_I}$$

Az egyes impedanciákon létrejövő feszültségek a feszültségosztó képlete alapján, vagy az áram segítségével számítva:

$$\begin{aligned}\hat{U}_R &= \hat{U} \cdot \frac{\bar{Z}_R}{\bar{Z}_e} = \hat{I} \cdot \bar{Z}_R = \hat{U}_R \cdot e^{j\rho_R} \\ \hat{U}_L &= \hat{U} \cdot \frac{\bar{Z}_L}{\bar{Z}_e} = \hat{I} \cdot \bar{Z}_L = \hat{U}_L \cdot e^{j\rho_L} \\ \hat{U}_C &= \hat{U} \cdot \frac{\bar{Z}_C}{\bar{Z}_e} = \hat{I} \cdot \bar{Z}_C = \hat{U}_C \cdot e^{j\rho_C}\end{aligned}$$

A komplex feszültségek és áramok alapján számított szinuszos feszültség és áram időfüggvények:

$$\begin{aligned}i(t) &= i_R(t) = i_L(t) = i_C(t) = \hat{I} \cdot \cos(\omega \cdot t + \rho_I) \\ u_R(t) &= \hat{U}_R \cdot \cos(\omega \cdot t + \rho_R) \\ u_L(t) &= \hat{U}_L \cdot \cos(\omega \cdot t + \rho_L) \\ u_C(t) &= \hat{U}_C \cdot \cos(\omega \cdot t + \rho_C)\end{aligned}$$

A felírt képletek komplex effektív értékek esetén is igazak, de figyelembe kell venni a csúcsérték és effektív érték közötti átváltási tényezőt.

Párhuzamos RLC kapcsolás feszültségeinek és áramainak számítása az eredő impedancia és az áramosztó képletének alkalmazásával:

Legyen a feszültséggenerátor időfüggvénye a következő alakú:

$$u(t) = \hat{U} \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

vagyis, $\rho=0$ kezdőfázisú és \hat{U} amplitúdójú ω körfrekvenciájú szinuszos (koszinusz) feszültség.

A feszültséggenerátor feszültségének komplex csúcsértéke:

$$\hat{U} = \hat{U} \cdot e^{j0^\circ} = \hat{U}$$

Az impedanciák nagyságai:

$$\bar{Z}_R = R, \bar{Z}_L = j \cdot X_L, \bar{Z}_C = -j \cdot X_C$$

Eredő impedancia, nagysága az impedanciák összege, mivel a három impedancia sorba kapcsolódik:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\bar{Z}_e} &= \frac{1}{\bar{Z}_R} + \frac{1}{\bar{Z}_L} + \frac{1}{\bar{Z}_C}, \bar{Y}_e = \bar{Y}_R + \bar{Y}_L + \bar{Y}_C \\ \frac{1}{\bar{Z}_e} &= \bar{Y}_e = \frac{1}{R} + \frac{1}{j \cdot X_L} - \frac{1}{j \cdot X_C} = \frac{1}{R} + j \cdot \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right) \\ \frac{1}{|\bar{Z}_e|} &= \frac{1}{Z_e} = |\bar{Y}_e| = Y_e = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right)^2} \\ \varphi &= \arctg \frac{\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}}{\frac{1}{R}} \\ \bar{Z}_e &= Z_e \cdot e^{j-\varphi} \end{aligned}$$

A körben folyó áram nagysága az eredő impedancia alapján:

$$\hat{I} = \frac{\hat{U}}{\bar{Z}_e} = \frac{\hat{U}}{\frac{1}{\bar{Y}_e}} = \hat{U} \cdot \bar{Y}_e = \hat{U} \cdot \left[\frac{1}{R} + j \cdot \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right) \right] = \hat{I} \cdot e^{j\rho_I}$$

Az egyes impedanciákon létrejövő feszültségek az áramosztó képlete alapján, vagy a feszültség segítségével számítva:

$$\begin{aligned} \hat{I}_R &= \hat{I} \cdot \frac{\bar{Z}_{LC}}{\bar{Z}_e} = \frac{\hat{U}}{\bar{Z}_R} = \hat{I}_R \cdot e^{j\rho_R}, \bar{Z}_{LC} = \frac{\bar{Z}_L \cdot \bar{Z}_C}{\bar{Z}_L + \bar{Z}_C} = -j \frac{X_L \cdot X_C}{X_L - X_C} \\ \hat{I}_L &= \hat{I} \cdot \frac{\bar{Z}_{RC}}{\bar{Z}_e} = \frac{\hat{U}}{\bar{Z}_L} = \hat{I}_L \cdot e^{j\rho_L}, \bar{Z}_{RC} = \frac{\bar{Z}_R \cdot \bar{Z}_C}{\bar{Z}_R + \bar{Z}_C} = \frac{R \cdot -jX_C}{R - jX_C} \\ \hat{I}_C &= \hat{I} \cdot \frac{\bar{Z}_{RL}}{\bar{Z}_e} = \frac{\hat{U}}{\bar{Z}_C} = \hat{I}_C \cdot e^{j\rho_C}, \bar{Z}_{RL} = \frac{\bar{Z}_R \cdot \bar{Z}_L}{\bar{Z}_R + \bar{Z}_L} = \frac{R \cdot jX_L}{R + jX_L} \end{aligned}$$

A komplex feszültségek és áramok alapján számított szinuszos feszültség és áram időfüggvények:

$$\begin{aligned} u(t) &= u_R(t) = u_L(t) = u_C(t) = \hat{U} \cdot \cos(\omega \cdot t) \\ i(t) &= \hat{I} \cdot \cos(\omega \cdot t + \rho_I) \end{aligned}$$

$$i_R(t) = \hat{I}_R \cdot \cos(\omega \cdot t + \rho_R)$$

$$i_L(t) = \hat{I}_L \cdot \cos(\omega \cdot t + \rho_L)$$

$$i_C(t) = \hat{I}_C \cdot \cos(\omega \cdot t + \rho_C)$$

A felírt képletek komplex effektív értékek esetén is igazak, de figyelembe kell venni a csúcstérték és effektív érték közötti átváltási tényezőt.

6.11 Norton, Thevenin tétele, szuperpozíció váltakozó áramú hálózatok esetén

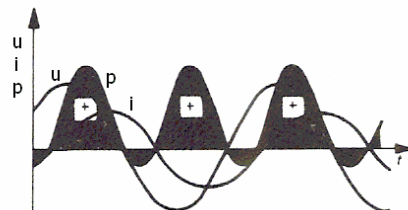
Norton, Thevenin tétele és a szuperpozíció ugyanúgy érvényes a komplex alakban adott hálózatok esetén is, mint egyenáramú hálózatokban.

6.12 Váltakozó áramú hálózatok teljesítményei

Váltakozó áramú hálózatokban, ahol a feszültség és az áram nagysága változik, a teljesítmény nagyságának pillanatértéke is változni fog:

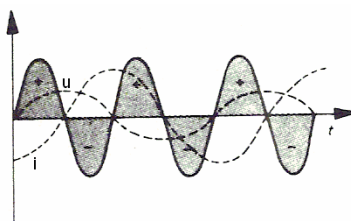
$$p(t) = u(t) \cdot i(t)$$

Szinuszosan változó feszültség és áram esetén a feszültség és áram közötti fázisszög (pozitív, ha a feszültség siet az áramhoz képest) határozza meg a váltakozó teljesítmény által végzett munkát. Ha ez a fázisszög $-90^\circ < \varphi < 90^\circ$, akkor pozitív az egy periódusra vonatkozó munkavégzés. A perióduson belül az pozitív pillanatnyi teljesítmény esetén a hálózat energiát vesz fel, míg negatív pillanatnyi teljesítmény esetén energiát ad vissza (visszatáplál), de a periódusra nézve az energia felvétel több, mint a visszaadott energia:



6-20. sz. ábra Pillanatnyi teljesítmény és munkavégzés $\varphi \sim 30^\circ$

Ha az áram és feszültség közötti fázisszög $+90^\circ$ vagy -90° , akkor az egy periódusra vonatkoztatott munkavégzés nulla, vagyis amennyi energiát felvesz a hálózat, ugyanannyit vissza is ad:



6-21. sz. ábra Pillanatnyi teljesítmény és munkavégzés $\varphi = 90^\circ$

Abban az esetben, ha ellenállás teljesítményét vizsgáljuk, ahol a feszültség és az áram közötti fázisszög $\varphi=0^\circ$, akkor az effektív érték alapján:

$$P = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}} = \frac{\hat{U} \cdot \hat{I}}{2} = U \cdot I$$

Ha a feszültség és az áram közötti fázisszög nem 0° , akkor az egy periódusra vonatkoztatott munkavégzés (felvett energia és visszaadott energia különbsége) teljesítménye, amit **hatásos teljesítménynek** neveznek:

$$P = \frac{\hat{U} \cdot \hat{I}}{2} \cdot \cos \varphi = U \cdot I \cdot \cos \varphi$$

Abban az esetben, ha a feszültség és az áram közötti fázisszög $+90^\circ$ vagy -90° , akkor az egy periódusra vonatkoztatott munkavégzés 0, a hálózat hatásos teljesítményt nem vesz fel. A hálózatban ebben az esetben is folyik áram, és a hálózat kapcsain feszültség mérhető, csak a hálózat amennyi teljesítményt felvesz, annyit vissza is ad. A teljesítménynek az a része, amelyet a hálózat egy periódus alatt felvesz, de vissza is ad, a **meddő teljesítmény**:

$$Q = \frac{\hat{U} \cdot \hat{I}}{2} \cdot \sin \varphi = U \cdot I \cdot \sin \varphi$$

Jele: Q

Mértékegysége: VAr

Ellenállás esetén a fázisszög $\varphi=0^\circ$, ezért az ellenállás csak hatásos, míg az induktivitás esetén a fázisszög $\varphi=+90^\circ$, és a kapacitás esetén a fázisszög $\varphi=-90^\circ$, ezért itt csak meddő teljesítmény felvétel van. Másképp fogalmazva az ellenálláson létrejövő teljesítmény munkát végez, vagyis hővé alakul, míg az induktivitás és kapacitás fél periódus ideig teljesítményt vesz fel, melyet tárol, míg a másik fél periódusban a tárolt teljesítményt adja vissza. Mivel az induktivitás és a kapacitás csak átmeneti ideig tárolja, majd visszaadja az energiát, így rajta nem jön létre munkavégzés, így hatásos teljesítmény sem.

A **látszólagos teljesítmény** a feszültség és áram effektív értékének a szorzata:

$$S = U \cdot I = \frac{\hat{U} \cdot \hat{I}}{2}$$

Jele: S

Mértékegysége: VA

A látszólagos teljesítmény felírható a hatásos és meddő teljesítmény alapján:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

A hatásos és a látszólagos teljesítmény arányát teljesítménytényezőnek nevezik:

$$\cos \varphi = \frac{P}{S}$$

A teljesítmény megadható a komplex alakban is a komplex feszültség és áram effektív értékének szorzataként:

$$\bar{S} = \bar{U} \cdot \bar{I}^* = \frac{\hat{U} \cdot \hat{I}^*}{2}$$

\bar{I}^* a komplex áram effektív értékének konjugáltja
(a komplex konjugáltra azért van szükség, hogy a feszültség fázisából kivonódjon az áram fázisa, amely a kettő közötti fázisszöveget φ adja)

A **komplex teljesítmény** alapján a látszólagos, hatásos és meddő teljesítmény felírható:

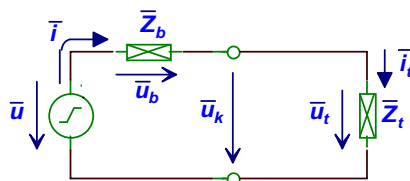
$$S = |\bar{S}| = \sqrt{\text{Re}(\bar{S})^2 + \text{Im}(\bar{S})^2}$$

$$P = \text{Re}(\bar{S})$$

$$Q = \text{Im}(\bar{S})$$

6.13 Teljesítményillesztés váltakozó áramú hálózatokban

Egyenáramú hálózatok esetén a teljesítményillesztés feltétele a terhelésen létrejövő maximális hatásos teljesítmény, melyet akkor lehetett elérni, ha a terhelő és a belső ellenállás nagysága azonos volt. Ekkor a belső ellenállás és a terhelő ellenállás teljesítménye megegyezett. Váltakozó áramú hálózatok esetén teljesítményillesztésnél a terhelésen létrejövő hatásos teljesítménynek szintén maximálisnak kell lennie.



6-22. sz. ábra Teljesítményillesztés

A terhelésen létrejövő hatásos teljesítmény:

$$P_t = \text{Re}(\bar{S}_t) = \text{Re}(\bar{U}_t \cdot \bar{I}_t^*) = \text{Re}(\bar{I}_t \cdot \bar{Z}_t \cdot \bar{I}_t^*) = \text{Re}(\bar{I}_t \cdot \bar{I}_t^* \cdot \bar{Z}_t) = \text{Re}(\bar{I}_t^2 \cdot \bar{Z}_t) = \bar{I}_t^2 \cdot \text{Re}(\bar{Z}_t)$$

$$P_t = \bar{I}_t^2 \cdot \text{Re}(\bar{Z}_t) = \left| \frac{\bar{U}}{\bar{Z}_t + \bar{Z}_b} \right|^2 \cdot \text{Re}(\bar{Z}_t) = \frac{U^2}{(\text{Re}(\bar{Z}_t) + \text{Re}(\bar{Z}_b))^2 + (\text{Im}(\bar{Z}_t) + \text{Im}(\bar{Z}_b))^2} \cdot \text{Re}(\bar{Z}_t)$$

A teljesítmény akkor maximális, ha a nevező minimális. Egyrészt ez akkor igaz, ha az impedanciák képzetes részei 0-át adnak:

$$\text{Im}(\bar{Z}_t) + \text{Im}(\bar{Z}_b) = 0$$

$$\text{Im}(\bar{Z}_t) = -\text{Im}(\bar{Z}_b)$$

másrészt az egyenáramú hálózatoknál kapott levezetés alapján:

$$P_t = \frac{U^2}{(\operatorname{Re}(\bar{Z}_t) + \operatorname{Re}(\bar{Z}_b))^2} \cdot \operatorname{Re}(\bar{Z}_t)$$

maxiális ha:

$$\operatorname{Re}(\bar{Z}_t) = \operatorname{Re}(\bar{Z}_b)$$

A belső és a terhelő impedancia hatásos teljesítménye az egyenáramú hálózatokhoz hasonlóan szintén azonos lesz:

$$P_t = I_t^2 \cdot \operatorname{Re}(\bar{Z}_t)$$

$$P_b = I_b^2 \cdot \operatorname{Re}(\bar{Z}_b)$$

$$I_t = I_b$$

ha

$$\operatorname{Re}(\bar{Z}_t) = \operatorname{Re}(\bar{Z}_b)$$

akkor

$$P_t = P_b$$

A meddő teljesítmények ellentétes előjelűek és azonos nagyságúak lesznek teljesítményillesztés esetén:

$$Q_t = \operatorname{Im}(\bar{S}_t) = I_t^2 \cdot \operatorname{Im}(\bar{Z}_t)$$

$$Q_b = \operatorname{Im}(\bar{S}_b) = I_b^2 \cdot \operatorname{Im}(\bar{Z}_b)$$

$$I_t = I_b$$

ha

$$\operatorname{Im}(\bar{Z}_t) = -\operatorname{Im}(\bar{Z}_b)$$

akkor

$$Q_t = -Q_b$$

Ekkor a generátor által leadott, és a hálózat által felvett teljesítmény tisztán hatásos teljesítmény lesz:

$$S = \sqrt{(P_t + P_b)^2 + (Q_t + Q_b)^2} = \sqrt{(2 \cdot P_t)^2 + (-Q_b + Q_b)^2} = 2 \cdot P_t$$

$$S_g = -2 \cdot P_t$$

A **terhelő impedanciának** tehát a **belső impedancia komplex konjugáltjának** kell lennie **teljesítményillesztés** esetén:

$$\operatorname{Re}(\bar{Z}_t) = \operatorname{Re}(\bar{Z}_b)$$

$$\operatorname{Im}(\bar{Z}_t) = -\operatorname{Im}(\bar{Z}_b)$$

$$\bar{Z}_t = \bar{Z}_b^*$$

A feszültséggenerátorra a belső és terhelő impedancia sorosan kapcsolódik, így eredő impedanciájuk:

$$\bar{Z}_e = \bar{Z}_b + \bar{Z}_t$$

Teljesítményillesztés esetén az eredő impedanciának csak valós része van:

$$\bar{Z}_e = \bar{Z}_b + \bar{Z}_t = \operatorname{Re}(\bar{Z}_b) + \operatorname{Im}(\bar{Z}_b) + \operatorname{Re}(\bar{Z}_t) + \operatorname{Im}(\bar{Z}_t) = 2 \cdot \operatorname{Re}(\bar{Z}_b) = 2 \cdot \operatorname{Re}(\bar{Z}_t)$$

6.14 Soros RLC kör, feszültség rezonancia

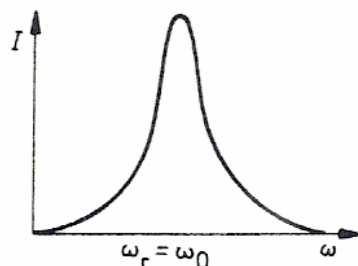
Soros RLC kapcsolásra változó frekvenciájú szinuszos feszültséget kapcsolva, az eredő impedancia változik, mivel az induktivitás és a kapacitás váltakozó áramú ellenállása függ a szinuszos jel frekvenciájától:

$$\begin{aligned} |\bar{Z}_e| = Z_e &= \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \\ X_L &= \omega \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L \\ X_C &= \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} \end{aligned}$$

Látható, hogy a tekercs váltakozó áramú ellenállása nő, míg a kapacitás váltakozó áramú ellenállása csökken a frekvencia függvényében. Akkor amikor a két váltakozó áramú ellenállás nagysága megegyezik, akkor az eredő impedancia nagysága, a soros R ellenállás nagyságával egyezik meg:

$$\begin{aligned} |\bar{Z}_e| = Z_e &= \sqrt{R^2 + (0)^2} = R \\ X_L &= X_C \\ \omega \cdot L &= \frac{1}{\omega \cdot C} \\ \omega_r &= \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \\ f_r &= \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} \end{aligned}$$

Mivel ekkor minimális az eredő impedancia nagysága, ezért ekkor folyik a legnagyobb áram. Ezt az állapotot **rezonanciának** nevezik. Az induktivitás és a kapacitás értékének változtatásával szintén el lehet érni a rezonancia állapotát.



6-23. sz. ábra Áram nagyságának változása a frekvencia függvényében soros RLC kapcsolásban

A soros RLC kapcsolásban rezonancia esetén létrejövő áramok és feszültségek:

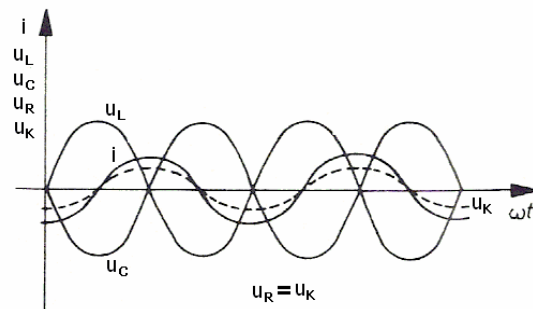
$$\hat{I} = \frac{\hat{U}}{\hat{Z}_e} = \frac{\hat{U}}{R} = \hat{I}_R + \hat{I}_L + \hat{I}_C, \quad \hat{I} = \frac{\hat{U}}{R} = \hat{I}_R = \hat{I}_L = \hat{I}_C$$

$$\hat{U}_R = \hat{I} \cdot R = \hat{U}, \quad \hat{U}_R = \hat{U}$$

$$\hat{U}_L = \hat{I} \cdot \bar{Z}_L = \hat{I} \cdot j \cdot X_L, \quad \hat{U}_L = \hat{I} \cdot X_L = \hat{U} \cdot \frac{X_L}{R}$$

$$\hat{U}_C = \hat{I} \cdot \bar{Z}_C = \hat{I} \cdot -j \cdot X_C, \quad \hat{U}_C = \hat{I} \cdot X_C = \hat{U} \cdot \frac{X_C}{R}$$

Ebben az állapotban az induktivitás és a kapacitás feszültség fazorja azonos nagyságú és ellentétes irányú. Az induktivitáson és kapacitáson létrejövő feszültséget az induktivitás és kapacitás impedanciájának és az R ellenállás nagyságának a viszonya (X/R) határozza meg. Ha $X_L = X_C \gg R$, akkor az induktivitáson és kapacitáson a bemenő feszültség amplitúdójánál jóval nagyobb feszültség jön létre, ezért ezt a rezonancia állapotot **feszültség rezonanciának** nevezik.



6-24. sz. ábra Soros RLC kör feszültségei és árama rezonancia esetén

6.15 Párhuzamos RLC kör, áram rezonancia

Soros RLC körhöz hasonlóan párhuzamos RLC körre is változó frekvenciájú szinuszos feszültséget kapcsolva, az eredő impedancia változik a frekvencia függvényében:

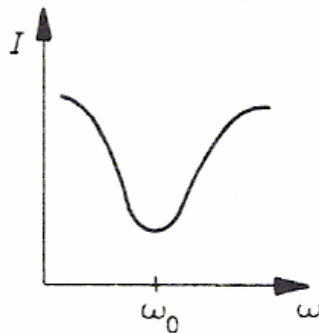
$$\frac{1}{|\bar{Z}_e|} = \frac{1}{Z_e} = |\bar{Y}_e| = Y_e = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right)^2}$$

A tekercs váltakozó áramú ellenállása nő, míg a kapacitás váltakozó áramú ellenállása csökken a frekvencia függvényében, azon a frekvencián, amikor a két váltakozó áramú ellenállás nagysága megegyezik, akkor az eredő impedanci nagysága, a soros R ellenállás nagyságával egyezik meg:

$$\frac{1}{|\bar{Z}_e|} = \frac{1}{Z_e} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + (0)^2} = \frac{1}{R}$$

$$|\bar{Z}_e| = Z_e = R$$

Ekkor maximális az eredő impedancia nagysága, ezért ekkor folyik a legkisebb áram. Ez az állapot szintén **rezonancia**. Az induktivitás és a kapacitás értékének változtatásával szintén el lehet érni a rezonancia állapotát.



6-25. sz. ábra Áram nagyságának változása a frekvencia függvényében párhuzamos RLC kapcsolásban

A párhuzamos RLC kapcsolásban rezonancia esetén létrejövő áramok és feszültségek:

$$\hat{I} = \frac{\hat{U}}{\hat{Z}_e} = \frac{\hat{U}}{R}, \quad \hat{I} = \frac{\hat{U}}{R}$$

$$\hat{U} = \hat{U}_R = \hat{U}_L = \hat{U}_C, \quad \hat{U} = \hat{U}_R = \hat{U}_L = \hat{U}_C$$

$$\hat{I}_L = \frac{\hat{U}}{\hat{Z}_L} = \frac{\hat{U}}{j \cdot X_L}, \quad \hat{I}_L = \frac{\hat{U}}{X_L} = \hat{I} \cdot \frac{R}{X_L}$$

$$\hat{I}_C = \frac{\hat{U}}{\hat{Z}_C} = \frac{\hat{U}}{-j \cdot X_C}, \quad \hat{I}_C = \frac{\hat{U}}{X_C} = \hat{I} \cdot \frac{R}{X_C}$$

Ebben az állapotban az induktivitás és a kapacitás áram fazorja azonos nagyságú és ellentétes irányú. Az induktivitáson és kapacitáson létrejövő áramot az R ellenállás és az induktivitás és kapacitás impedancia nagyságának a viszonya (R/X) határozza meg. Ha $X_L = X_C \ll R$, akkor az induktivitáson és kapacitáson a bemenő áram amplitúdójánál jóval nagyobb áram jön létre, ezért ezt a rezonancia állapotot **áram rezonanciának** nevezik.

6.16 Ellenőrző kérdések

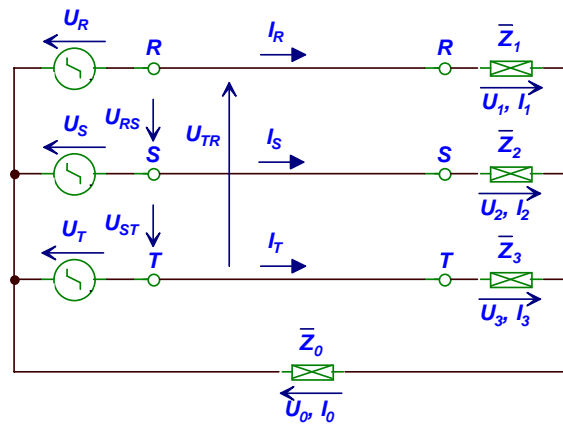
1. Írja fel a mágneses mezőben a mezőre merőlegesen forgatott téglalap alakú vezetőben indukálódó feszültség időfüggvényét!
2. Mekkora 10V amplitúdójú szinuszos feszültség effektív értéke?
3. Adja meg az impedancia képletét a feszültség és az áram komplex effektív értékének ismeretében!
4. Mekkora a tekercs reaktanciájának nagysága?
5. Mekkora a kondenzátor reaktanciájának nagysága?
6. Adja meg a váltakozóáramú hálózatok számításának menetét komplex számítás mód esetén!
7. Sorolja fel a váltakozóáramú hálózatok teljesítményeit!
8. Tekercsen és kondenzátoron jöhet létre hatásos teljesítmény?

7 Háromfázisú rendszerek

7.1 Háromfázisú feszültség

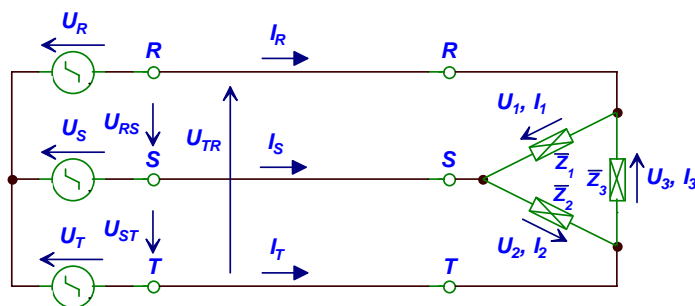
Az erőművekben a villamos energiát háromfázisú formában termelik és így is szállítják, a villamos teljesítményt mechanikai energiává alakító váltakozóáramú motorok többsége is háromfázisú.

A háromfázisú generátor **három, azonos amplitúdójú és frekvenciájú szinuszos** feszültségforrás összekapcsolásával modellezhető, mely feszültségforrások egymáshoz képest **120°-al eltol**t szinuszos feszültséget szolgáltatnak. A generátort nem szokás háromszögbe kapcsolni, ezért itt a csillag kapcsolású generátor elrendezést vizsgáljuk. A három fázisvezetékét **R, S és T** - vel jelölik. A terhelés lehet **csillag vagy delta** (háromszög) kapcsolású:



7-1. sz. ábra Háromfázisú hálózat csillag kapcsolású terheléssel

Z_0 impedancia a csillagpontokat összekötő vezeték impedanciája abban az esetben, ha a csillagpontok összekötöttek.

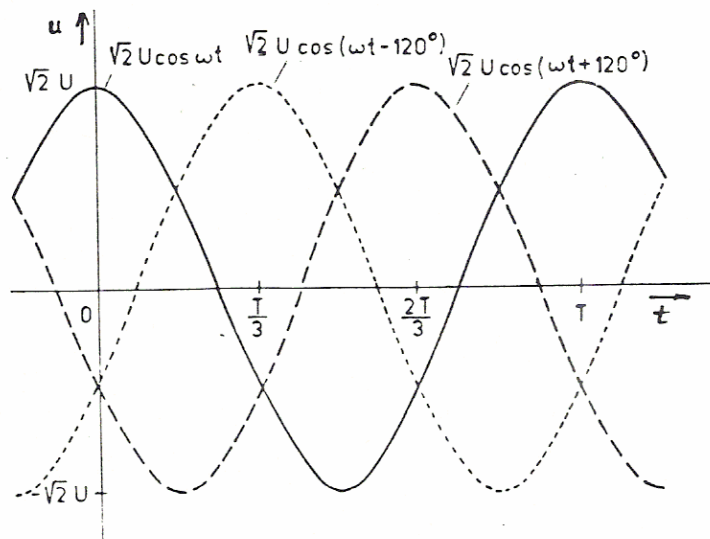


7-2. sz. ábra Háromfázisú hálózat delta kapcsolású terheléssel

A generátorok feszültségeinek időfüggvényei és komplex effektív értékei:

$$\begin{aligned}
 u_R(t) &= \hat{U}_R \cdot \cos(\omega t) = \sqrt{2} \cdot U_R \cdot \cos(\omega t) \\
 u_S(t) &= \hat{U}_S \cdot \cos(\omega t - 120^\circ) = \sqrt{2} \cdot U_S \cdot \cos(\omega t - 120^\circ) \\
 u_T(t) &= \hat{U}_T \cdot \cos(\omega t + 120^\circ) = \sqrt{2} \cdot U_T \cdot \cos(\omega t + 120^\circ)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{U}_R &= U_R = U \\ \bar{U}_S &= U_S \cdot e^{j-120^\circ} = U \cdot e^{j-120^\circ} \\ \bar{U}_T &= U_T \cdot e^{j120^\circ} = U \cdot e^{j120^\circ} \\ U &= U_R = U_S = U_T\end{aligned}$$



7-3. sz. ábra Háromfázisú feszültségek időfüggvényei

A fázis és a csillagpont közötti U_R , U_S és U_T feszültséget U_f fázisfeszültségnek nevezik. Szimmetrikus esetben:

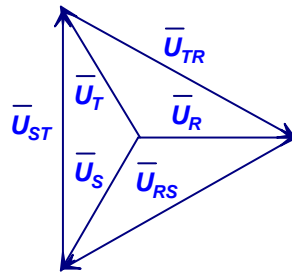
$$\begin{aligned}U_f &= U_R = U_S = U_T \\ I_f &= \frac{U_f}{Z}\end{aligned}$$

Két fázis között mérhető U_{RS} , U_{ST} és U_{TR} feszültséget vonali feszültségnek nevezik. A vonali feszültség nagysága a fázisfeszültséghez képest:

$$\begin{aligned}U_v &= U_{RS} = U_{ST} = U_{TR} \\ \bar{U}_{RS} &= \bar{U}_v = \bar{U}_R - \bar{U}_S = U - U \cdot e^{j-120^\circ} \\ \bar{U}_{ST} &= \bar{U}_v = \bar{U}_S - \bar{U}_T = U \cdot e^{j-120^\circ} - U \cdot e^{j120^\circ} \\ \bar{U}_{TR} &= \bar{U}_v = \bar{U}_T - \bar{U}_R = U \cdot e^{j120^\circ} - U\end{aligned}$$

A **vonali feszültség** nagysága a fázisfeszültséghez képest:

$$\begin{aligned}\bar{U}_v &= U - U \cdot e^{j-120^\circ} = U \cdot \left(1 + 0,5 + \frac{\sqrt{3}}{2} j \right) = U \cdot (1,5 + 0,866j) \\ U_v &= U \cdot |1,5 + 0,866j| = \sqrt{3} \cdot U = 1,732 \cdot U = \sqrt{3} \cdot U_f\end{aligned}$$

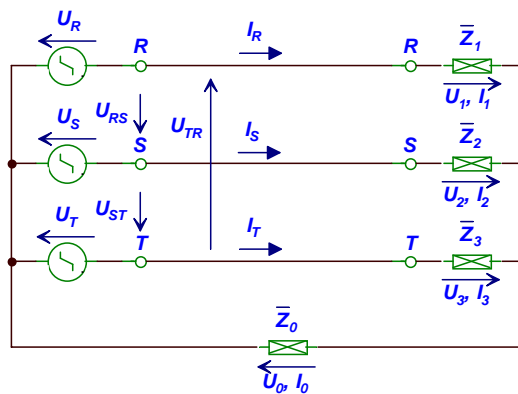


7-4. sz. ábra Háromfázisú fázis és vonali feszültségek fázorábrája

7.2 Csillag-delta kapcsolású fogyasztó

Csillag kapcsolású fogyasztó esetén a háromfázisú feszültségforrás és a fogyasztó csillagpontját általában összekötik. A fogyasztó egyes fázisaiban elhelyezett impedanciák feszültsége szimmetrikus esetben a fázisfeszültségekkel egyezik meg, rajtuk fázisáram folyik keresztül.

A csillagpont összekötés lehet ideális, vagyis 0 ellenállású, ami azt jelenti, hogy a generátorok csillagpontja és a fogyasztó csillagpontja ugyanazon a feszültségen van, vagyis $U_0=0$. Ha az összekötés mégsem ideális, és a generátor vagy a fogyasztó, vagy mindkettő nem szimmetrikus, akkor a csillagpontokat összekötő vezetőken áramfolyás jön létre $I_0 \neq 0$, így feszültség fog esni rajta $U_0 \neq 0$. Ennek következtében a fogyasztó csillagpontja eltolódik és az egyes fázisok feszültségei és áramai aszimmetrikusak lesznek.



7-5. sz. ábra Csillag kapcsolású fogyasztó

Szimmetrikus esetben vagyis amikor $U_f = U_R = U_1 = U_S = U_2 = U_T = U_3$ és $\bar{Z}_1 = \bar{Z}_2 = \bar{Z}_3$ elegendő egyetlen fázis mennyiségeit meghatározni, a másik két fázis feszültsége és árama ezekből 120° -os elforgatással adódik:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_R = \frac{\bar{U}_1}{\bar{Z}_1}, \quad I_1 = I_R = I_f = I_v = \frac{U_f}{Z},$$

Csillag kapcsolat esetén a fázis és vonali áram azonos, míg a vonali feszültség nagysága:

$$I_f = I_v$$

$$U_v = \sqrt{3} \cdot U_f$$

Aszimmetrikus esetben a csillagpontok között feszültségkülönbség lép fel (csillagpont eltolódás), melyet a **Millmann képlet**tel lehet meghatározni:

$$\bar{U}_0 = \frac{\frac{\bar{U}_R}{\bar{Z}_1} + \frac{\bar{U}_S}{\bar{Z}_2} + \frac{\bar{U}_T}{\bar{Z}_3}}{\frac{1}{\bar{Z}_1} + \frac{1}{\bar{Z}_2} + \frac{1}{\bar{Z}_3} + \frac{1}{\bar{Z}_0}}$$

Abban az esetben, ha a csillagpontok nincsenek összekötve, akkor:

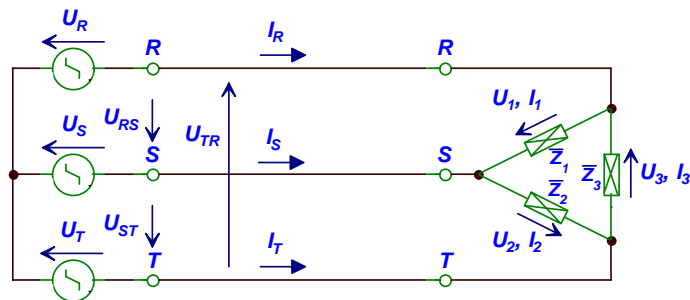
$$\bar{U}_0 = \frac{\frac{\bar{U}_R}{\bar{Z}_1} + \frac{\bar{U}_S}{\bar{Z}_2} + \frac{\bar{U}_T}{\bar{Z}_3}}{\frac{1}{\bar{Z}_1} + \frac{1}{\bar{Z}_2} + \frac{1}{\bar{Z}_3}}$$

A csillagpont feszültségének ismeretében:

$$\bar{U}_1 = \bar{U}_R - \bar{U}_0, \quad \bar{U}_2 = \bar{U}_S - \bar{U}_0, \quad \bar{U}_3 = \bar{U}_T - \bar{U}_0$$

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_R = \frac{\bar{U}_1}{\bar{Z}_1}, \quad \bar{I}_2 = \bar{I}_S = \frac{\bar{U}_2}{\bar{Z}_2}, \quad \bar{I}_3 = \bar{I}_T = \frac{\bar{U}_3}{\bar{Z}_3}$$

Delta kapcsolású fogyasztó esetén a fogyasztó impedanciájára vonali feszültség jut, és vonali áram folyik rajta keresztül, vagyis a csillag kapcsolásnál 1,73-szor nagyobb feszültség és áram:



7-6. sz. ábra Delta kapcsolású fogyasztó

$$\bar{U}_1 = \bar{U}_{RS}, \quad \bar{U}_2 = \bar{U}_{ST}, \quad \bar{U}_3 = \bar{U}_{TR}$$

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{U}_1}{\bar{Z}_1}, \quad \bar{I}_2 = \frac{\bar{U}_2}{\bar{Z}_2}, \quad \bar{I}_3 = \frac{\bar{U}_3}{\bar{Z}_3}$$

$$\bar{I}_R = \bar{I}_1 - \bar{I}_3, \quad \bar{I}_S = \bar{I}_2 - \bar{I}_1, \quad \bar{I}_T = \bar{I}_3 - \bar{I}_2$$

Szimmetrikus esetben:

$$U_1 = U_2 = U_3 = U_v = U_f$$

$$U_v = \sqrt{3} \cdot U_R$$

$$I_1 = I_2 = I_3 = \frac{U_v}{Z}$$

$$I_v = I_R = I_S = I_T = \sqrt{3} \cdot I_1$$

Delta kapcsolás esetén a vonali és a fázisfeszültség azonos, míg a vonali áram:

$$U_v = U_f$$

$$I_v = \sqrt{3} \cdot I_f$$

7.3 Háromfázisú teljesítmény

Háromfázisú teljesítmény kiszámításához minden egyes fázis teljesítményét meg kell határozni, és ezen teljesítményeket összeadni:

$$P = P_1 + P_2 + P_3$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

Szimmetrikus hálózat esetén:

$$P = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \cos \varphi$$

$$Q = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \sin \varphi$$

vagy

$$P = \sqrt{3} \cdot U_v \cdot I_v \cdot \cos \varphi$$

$$Q = \sqrt{3} \cdot U_v \cdot I_v \cdot \sin \varphi$$

Ugyanazt az impedanciát csillagba majd delta kapcsolásba kötve a háromfázisú teljesítmény felvétel delta kapcsolás esetén háromszor nagyobb lesz:

Csillag kapcsolásban:

$$I_f = I_v = \frac{U_f}{Z} = \frac{U_v}{\sqrt{3} \cdot Z}$$

$$P_{cs} = \sqrt{3} \cdot U_v \cdot \frac{U_v}{\sqrt{3} \cdot Z} \cdot \cos \varphi$$

Delta kapcsolásban:

$$U_v = U_f, I_v = \sqrt{3} \cdot I_f = \sqrt{3} \cdot \frac{U_v}{Z}$$

$$P_d = \sqrt{3} \cdot U_v \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{U_v}{Z} \cdot \cos \varphi$$

$$\frac{P_d}{P_{cs}} = 3$$

7.4 Ellenőrző kérdések

1. Írja fel a háromfázisú rendszer egyes fázisfeszültségeinek időfüggvényét!
2. Mekkora 400V vonali feszültségű szimmetrikus hálózat fázisfeszültségének nagysága?
3. Adja meg az csillag és delta kapcsolású fogyasztó egyes fázisának áramát és feszültségét a háromfázisú hálózat RST fázisfeszültségeinek és áramainak ismeretében!
4. Csillagba kapcsolt fogyasztó 1000W teljesítményt vesz fel a háromfázisú hálózatból. Mekkora teljesítményt vesz fel delta kapcsolás esetén?

8 Átmeneti jelenségek vizsgálata

8.1 Egytárolós hálózatok be- és kikapcsolási időfüggvényeinek általános alakja

Azokban a hálózatokban, amelyben egyetlen tekercs vagy kondenzátor van (egy tároló elem) és a feszültséggenerátor feszültsége vagy áramgenerátor árama ugrásszerűen megváltozik egy konstans értékről egy másik konstans értékre, a hálózatban létrejövő feszültségek és áramok **exponenciális időfüggvényűek** lesznek. Az ugrásszerű változás a generátor hálózatra történő **be-** illetve **kikapcsolásával** is elő lehet állítani.

Az egyes elemeken létrejövő feszültségek és áramok időfüggvényének általános képlete:

$$y(t) = y(t = \infty) + [y(t = +0) - y(t = \infty)] \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad 0 < t < \infty$$

$t=0$: áram- vagy feszültséggenerátor ugrásszerű értékváltozásának időpontja
(be- illetve kikapcsolás időpontja)

$y(t)$: a keresett áram vagy feszültség időfüggvénye

$y(t = \infty)$: a keresett áram vagy feszültség állandósult állapotbeli értéke
(végérték, $t \rightarrow \infty$)

$y(+0)$: a keresett áram vagy feszültség nagysága az ugrásszerű változást követően azonnal (kezdeti érték, $t \rightarrow 0$ pozitív oldalról)

τ : időállandó (az exponenciális időfüggvény változási gyorsaságát jellemzi)

A kondenzátor feszültsége és a tekercs árama nem tud ugrásszerűen változni. Ez azt jelenti, hogy a kondenzátor feszültségének és a tekercs áramának nagysága a feszültség- vagy áramgenerátor ugrásszerű értékváltozása előtti és utáni időpillanatban megegyezik:

$t=0$: áram- vagy feszültséggenerátor ugrásszerű értékváltozásának időpontja
(be- illetve kikapcsolás időpontja)

$$\begin{aligned} u_C(-0) &= u_C(+0) \\ i_L(-0) &= i_L(+0) \end{aligned}$$

Ha az ugrásszerű változás pillanatában a hálózatban lévő tekercs árama vagy kondenzátor feszültsége nulla, akkor **energiamentes** hálózatról beszélünk:

$$\begin{aligned} u_C(-0) &= u_C(+0) = 0 \\ i_L(-0) &= i_L(+0) = 0 \end{aligned}$$

Ha az ugrásszerű változás pillanatában a kondenzátor feszültsége, vagy a tekercs árama nem nulla, akkor az ugrásszerű változás pillanatában a kondenzátorban és a tekercsben energia tárolódik, ezért ezt **nem energiamentes** hálózatnak hívják:

$$u_C(-0) = u_C(+0) \neq 0, \quad i_L(-0) = i_L(+0) \neq 0$$

8.2 Egytárolós hálózatok időállandójának meghatározása

Az **Időállandó** az exponenciális időfüggvény változási gyorsaságát jellemző érték. Minél kisebb a nagysága, annál gyorsabban zajlanak le az átmeneti jelenségek, és áll be az állandósult állapot. Értékét a hálózatban lévő tekercs vagy kondenzátor kivezetései felől mért belső ellenállás (dezaktivizált hálózat belső ellenállása), a tekercs induktivitásának és a kondenzátor kapacitásának az ismeretében:

$$\tau = \frac{L}{R_b}, \quad \tau = R_b \cdot C$$

8.3 Kezdeti és végértékek meghatározása

Kezdeti érték ($y(t=+0)$) nagyságát kondenzátort tartalmazó hálózat esetén úgy kell meghatározni, hogy a kondenzátor helyére egy feszültséggenerátort kell helyezni. A behelyezett feszültséggenerátor feszültségének nagysága az ugrásszerű változás pillanatában a kondenzátoron mérhető feszültséggel egyezik meg:

$$U_c = u_c(+0)$$

Az így létrejött hálózatban a keresett áram vagy feszültség nagyságát kell kiszámítani ($y(+0)$). Energiamentes hálózat esetén a kondenzátor helyére rövidzárat kell helyezni ($u_c(+0)=0$).

Az ugrásszerű változás után a kondenzátor töltődni vagy kisülni kezd a hálózattól függően. Elegendően nagy idő után ($t \rightarrow \infty$, $t > 5 \cdot \tau$ már közelítőleg elfogadható) a kondenzátor feszültsége állandósulni fog. Ekkor a kondenzátor már feltöltődött, vagy kisült a megfelelő feszültség értékre, így áram már nem folyik rajta keresztül, tehát szakadással helyettesíthető. A kondenzátor helyére szakadást helyezve az így kapott hálózatban lehet meghatározni a keresett feszültségek áramok **végértékeit** ($y(t=\infty)$).

Tekercset tartalmazó hálózat esetén úgy kell a kezdeti értéket meghatározni, hogy a tekercs helyére áramgenerátort kell helyezni. A behelyezett áramgenerátor áramának nagysága az ugrásszerű változás pillanatában tekercs áramával egyezik meg:

$$I_L = i_L(+0)$$

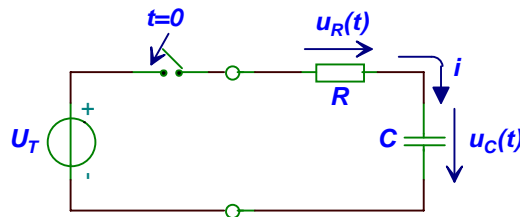
Az így létrejött hálózatban a keresett áram vagy feszültség nagyságát kell kiszámítani ($y(+0)$). Energiamentes hálózat esetén a tekercs helyére szakadást kell helyezni ($i_L(+0)=0$).

Az ugrásszerű változás után a tekercs töltődni vagy kisülni (mágneses energiája nő vagy csökken) kezd a hálózattól függően. Elegendően nagy idő után ($t \rightarrow \infty$, $t > 5 \cdot \tau$ már közelítőleg elfogadható) a tekercs árama állandósulni fog. Ekkor a tekercs már feltöltődött, vagy kisült a megfelelő áram értékre, így feszültsége

nulla lesz, tehát rövidzárral helyettesíthető. A tekercs helyére rövidzárát helyezve az így kapott hálózatban lehet meghatározni a keresett feszültségek áramok **végértéke**it ($y(t=\infty)$).

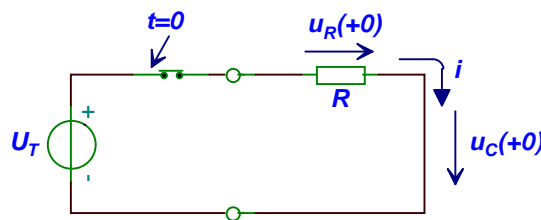
8.4 Soros RC tag bekapcsolási időfüggvényei

Sorba kötött ellenállást és energiamentes ($u_C(+0)=0$) kondenzátort kapcsoló segítségével a $t=0$ időpillanatban konstans feszültségű forrásra kapcsoljuk:



8-1. sz. ábra Soros RC tag konstans feszültségre kapcsolása

Mivel a kondenzátor energiamentes volt, ezért a kondenzátor helyére a bekapcsolás időpillanatában rövidzár helyezhető:



8-2. sz. ábra Soros RC kör helyettesítése a bekapcsolás pillanatában

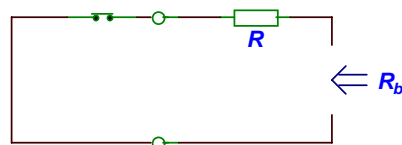
$$u_C(+0) = u_C(-0) = 0$$

$$i_C(+0) = i_R(+0) = i(+0) = \frac{U_T}{R}$$

$$u_R(+0) = i_R(+0) \cdot R = U_T$$

A bekapcsolás pillanatában a kondenzátorral sorba kötött előtét ellenállás korlátozza az áramot. Ha a kondenzátort előtét ellenállás nélkül kapcsoljuk a forrásra, akkor a rákapcsolás pillanatában nagyon nagy áram jön létre, melyet csak a forrás belső ellenállása, és a kondenzátor soros veszteségi ellenállása korlátoz, amely igen kis érték ($R < 0,1 \Omega$).

A hálózat kondenzátor kapcsairól mérhető belső ellenállásának nagysága a feszültséggenerátor helyére rövidzárát helyezve:



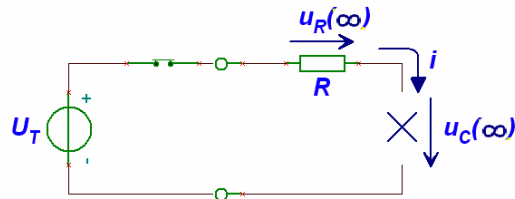
8-3. sz. ábra Soros RC tag kondenzátor felől mérhető belső ellenállása

$$R_b = R$$

Az időállandó nagysága:

$$\tau = R_b \cdot C$$

A végértékek nagysága a kondenzátor helyére szakadást téve:



8-4. sz. ábra Soros RC kör helyettesítése a bekapcsolási jelenségek lezajlása után

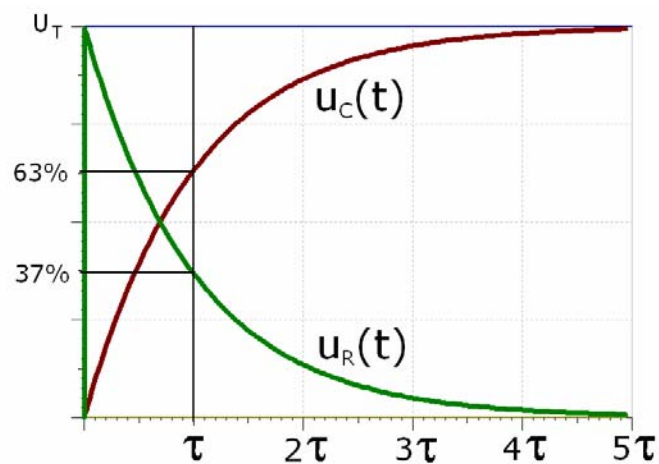
$$\begin{aligned} u_C(\infty) &= U_T \\ i_C(\infty) = i_R(\infty) = i(\infty) &= 0 \\ u_R(\infty) = i_R(\infty) \cdot R &= 0 \end{aligned}$$

A soros RC tag bekapcsolási időfüggvényei az általános képlet alapján:

$$u_C(t) = u_C(\infty) + [u_C(+0) - u_C(\infty)] \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = U_T + [0 - U_T] \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}} = U_T \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{R \cdot C}}\right)$$

$$i_C(t) = i_R(t) = i(t) = i(\infty) + [i(+0) - i(\infty)] \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = 0 + \left[\frac{U_T}{R} - 0\right] \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}} = \frac{U_T}{R} \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

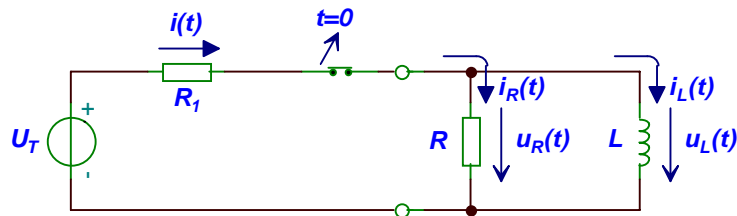
$$u_R(t) = u_R(\infty) + [u_R(+0) - u_R(\infty)] \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = 0 + [U_T - 0] \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}} = U_T \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$



8-5. sz. ábra Soros RC tag bekapcsolási időfüggvényei (az áram az ellenállás feszültségének időfüggvényével azonos lefolyású)

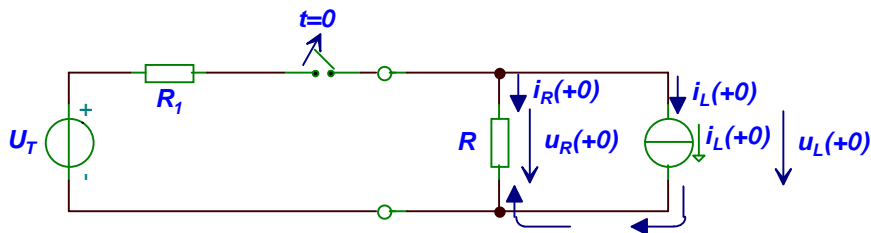
8.5 Párhuzamos RL tag kikapcsolási időfüggvényei

Párhuzamosan kötött ellenállás és tekercs konstans feszültségű forrásra van kapcsolva egy kapcsoló segítségével. A $t=0$ időpillanatban a kapcsolót bontjuk, így nem energiamentes ($i_L(+0) \neq 0$) tekercset tartalmazó hálózatot lekapcsoljuk a feszültségforrásról:



8-6. sz. ábra Párhuzamos RL tag lekapcsolása

Mivel a tekercs nem volt energiamentes, ezért a tekercs helyére a kikapcsolás időpillanatában a tekercsen folyó árammal azonos nagyságú áramgenerátort kell helyezni:



8-7. sz. ábra Párhuzamos RL tag helyettesítése a kikapcsolás pillanatában

$$i_L(+0) = i_L(-0) = \frac{U_T}{R_1}$$

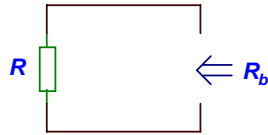
$$i_R(+0) = -i_L(+0) = -\frac{U_T}{R_1}$$

$$u_R(+0) = u_L(+0) = u(+0) = i_R(+0) \cdot R = -U_T \cdot \frac{R}{R_1}$$

A kikapcsolás pillanatában a tekercsen és a vele párhuzamosan kötött ellenálláson az R és az R_1 ellenállások arányának megfelelő negatív feszültség jön létre a feszültségforrás feszültségéhez képest.

Ha a tekercssel nem lenne párhuzamosan kötve az R ellenállás, akkor ez a feszültség a tekercs párhuzamos veszteségi ellenállásán jönne létre. Mivel a tekercs párhuzamos veszteségi ellenállása igen nagy érték, ezért a tekercsen a **kikapcsolás pillanatában** akár néhány **kV nagyságú feszültség is létrejöhet**, miközben a tekercsre kapcsolt tápfeszültség csak néhány V nagyságú volt a lekapcsolás előtt! Ezért tekercs áramát közvetlenül megszakítani tilos!

A hálózat tekercs kapcsairól mérhető belső ellenállásának nagysága:



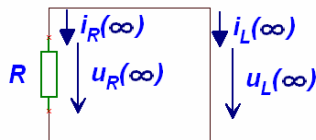
8-8. sz. ábra Párhuzamos RL tag tekercs felől mérhető belső ellenállása

$$R_b = R$$

Az időállandó nagysága:

$$\tau = \frac{L}{R_b}$$

A végértékek nagysága a tekercs helyére rövidzárt téve:



8-9. sz. ábra Párhuzamos RL kör helyettesítése a kikapcsolási jelenségek lezajlása után

$$u_L(\infty) = u_R(\infty) = u(\infty) = 0$$

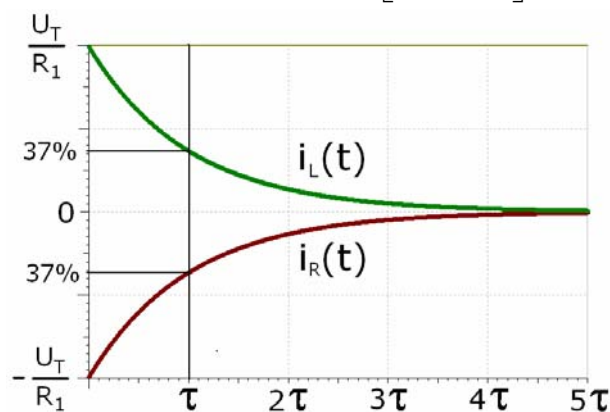
$$i_L(\infty) = i_R(\infty) = 0$$

A párhuzamos RL tag kikapcsolási időfüggvényei az általános képlet alapján:

$$u_L(t) = u_R(t) = u(\infty) + [u(+0) - u(\infty)] \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = 0 + \left[-U_T \cdot \frac{R}{R_1} - 0 \right] \cdot e^{-\frac{t}{L/R}} = -U_T \cdot \frac{R}{R_1} \cdot e^{-t \cdot \frac{R}{L}}$$

$$i_L(t) = i_L(\infty) + [i_L(+0) - i_L(\infty)] \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = 0 + \left[\frac{U_T}{R_1} - 0 \right] \cdot e^{-\frac{t}{L/R}} = \frac{U_T}{R_1} \cdot e^{-t \cdot \frac{R}{L}}$$

$$i_R(t) = i_R(\infty) + [i_R(+0) - i_R(\infty)] \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = 0 + \left[-\frac{U_T}{R_1} - 0 \right] \cdot e^{-\frac{t}{L/R}} = -\frac{U_T}{R_1} \cdot e^{-t \cdot \frac{R}{L}}$$



8-10. sz. ábra Párhuzamos RL tag kikapcsolási időfüggvényei (feszültség az ellenállás áramával azonos lefolyású)

8.6 Ellenőrző kérdések

1. Írja fel egytárolós hálózatok be- és kikapcsolási időfüggvényeinek általános alakját!
2. Hogyan kell az időállandót meghatározni?
3. Mekkora az időállandó nagysága, ha a hálózat kondenzátor kapcsai felől mért belső ellenállása $1\text{k}\Omega$, a kondenzátor kapacitása $1\mu\text{F}$?
4. Mi történik, ha egy kondenzátort előtét ellenállás nélkül egy konstans feszültségű forrásra kapcsolunk?
5. Mi történik ha a tekercs áramát megszakítjuk?
6. Rajzolja fel egy soros RC tag kondenzátorának bekapcsolási időfüggvényét!

9 Túláram- és túlfeszültség-védelem

9.1 Rövidzárlat és túlterhelés elleni védelem

A villamos vezetéken és a készülékben, berendezésekben folyó áram melegíti a vezetőket, készülékeket. Helyesen kialakított vezetékben és készülékben a keletkező hő nem okoz károsodást.

A készülékek, berendezések **normál üzemi viszonyai** mellett felvett teljesítményéhez tartozó áramot névleges áramnak nevezik. Tartós normál üzemi viszonyok között a készülékben keletkező hő nem okoz termikus eredetű károsodást. Készülék vagy berendezés esetén a megengedett áramerősség annak a maximális áramnak a nagysága, melynek tartós létrejötte esetén még berendezésben keletkező hő nem okoz meghibásodást.

A készülék vagy berendezés névleges, illetve a megengedett áramerősségnél nagyobb felvett áramát **túláramnak** nevezik. A túláram a berendezés meghibásodásából eredhet mely túlterhelésként esetleg zárlatként jelentkezik. Túlterhelés esetén a berendezés a névleges áramánál valamivel nagyobb áramot vesz fel tartósan, míg zárlat esetén a felvett áram nagysága igen nagy értéket is felvehet. A zárlat következtében fellépő **zárlati áram** általában olyan nagy értékű mely azonnali pusztító hatást fejt ki a berendezésben. Egyes berendezések esetén rövid idejű túláram megjelenhet, mely a berendezésben kárt nem okoz. Ilyen lehet például motorok (hűtő, porszívó stb.) bekapcsolásakor jelentkező rövid idejű, a névleges áramához képest akár 10-15 szerez túláram, de ez a berendezésben kárt nem okoz.

A berendezéseket olyan **biztonsági megoldásokkal** (túlterhelés és zárlat védelem) kell ellátni, amelyek a megengedett áram túllépésekor az áramkört biztonságosan megszakítják, ezáltal megvédik a berendezést a károsodástól. A túlterhelés védelmet szelektíven alakítják ki, több védelmi fokozatot alkalmazva úgy, hogy a hibahelyhez legközelebb eső védőkészülék oldja meg annak a berendezésnek a védelmét, ne engedhesse a berendezés tartós túlmelegedését. Ha a hibahelyhez közel eső védelem valamilyen oknál fogva nem működik, akkor az ezt megelőző védelem hosszabb idő alatt és nagyobb fogyasztói kört kikapcsolva fogja megszüntetni a túlterhelést vagy zárlatot.

A túlterhelésvédelmet sohasem szabad a védett készülék névleges áramerősségénél nagyobb értékűre választani. A túlterhelésvédelemnek a rövid idejű túlterhelésekre nem szabad működésbe lépnie.

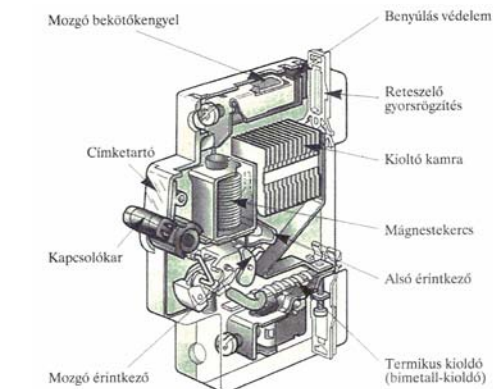
Túláram védelem alkalmazott eszközei az olvadó biztosítók és a kismegszakítók. Az **olvadó biztosító**ban túláram esetén a rajtuk keresztül folyó áram hőhatásának következtében a bennük lévő olvadószál felmelegszik, és ha az áram elegendően nagy, akkor azt az olvadási hőmérsékletéig képes melegíteni. Az olvadási hőmérsékletet elérve az olvadószál megolvad és megszakítja az áramkört. A hiba okának megkeresése és javítása után olvadó biztosítót ki kell cserélni, a kiolvadt biztosító tovább nem használható.

Kismegszakítók olyan kikapcsoló szerkezetek, melyek a túláram vagy zárlati áram esetén lekapcsolással bontják az áramkört. Amint a hiba ki lett javítva a kismegszakítók újra visszakapcsolhatók.

9.2 Kismegszakítók

Kismegszakítók lényegében védőkapcsolók. Tartós túlterhelés esetén egy hőkioldó (kettős fém bimetall) segítségével kapcsolja le, a zárlati áram pedig egy mágneses gyorskioldó (elektromágnes) segítségével oldja ki a reteszelő

szerkezetet. Tartalmaz még nagy áramok megszakítása esetén létrejövő ív oltására alkalmas és a nagy zárlati áramot korlátozó szerkezetet.



9-1. sz. ábra DS típusú kismegszakító

Kismegszakítók áram-idő kioldási jelleggörbéi a felhasználási területek szerint lehet: vezetékvédő (gyors kioldású B jelű), áramkorlátozó, motorvédő (C jelű), háztartási készülékvédő (LS vagy D jelű).

9.3 Túlfeszültség védelem

Túlfeszültségek lehetnek belső és külső túlfeszültségek. Belső túlfeszültségek általában félvezető kapcsolóelemek működésének a következménye. A külső túlfeszültségek a fogyasztói hálózatból erednek.

A túlfeszültségek okai lehetnek:

- induktivitást tartalmazó áramkörök megszakítása ($u_i = L \cdot \frac{di}{dt}$)
- kapcsolások okozta túlfeszültségek (fogyasztói hálózatban történő kapcsolások)
- kapacitív és induktív csatlások útján keletkező (kisülés, áramok keltette mágneses tér)
- légköri zavarok okozta (villám)

Túlfeszültségek elleni védelem lehetőségei:

- túlfeszültség okozta túláramvédelem (kismegszakító, olvadóbiztosító)
- fogyasztói hálózatban nem megfelelő kapcsolások kiküszöbölése
- induktivitásokon keletkező túlfeszültségek elvezetése (feszültségfüggő ellenállással túlfeszültség energiájának hővé alakítása)
- villámvédelem megfelelő kialakításával
- speciális túlfeszültség levezetők alkalmazása (túlfeszültség energiáját a földbe elvezetve)

Túlfeszültség védelmet több fokozatban építik ki:

1. villámáram levezető alkalmazása
2. túlfeszültség levezető az épületen belül az elosztó helyeken
3. túlfeszültség levezető az egyes fogyasztóknál

9.4 Ellenőrző kérdések

1. Mit nevezünk túláramnak? Hogyan lehet védekezni túlárammal szemben?

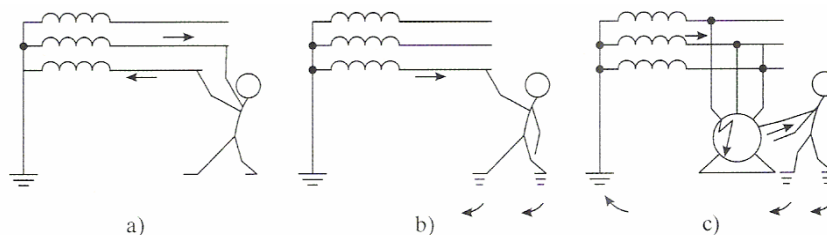
10 Érintésvédelem és baleset elhárítása

10.1 Áramütés, áram élettani hatásai

Amikor valamilyen áramforrás áramkörébe emberi test kerül, és azon keresztül záródik, akkor az emberi testen keresztül áram folyik. Az így keletkezett állapotot **áramütésnek** nevezik. Az áramütés az emberi **szervezet életműködését súlyosan veszélyezteti**, rendkívüli esetben halált is okozhat.

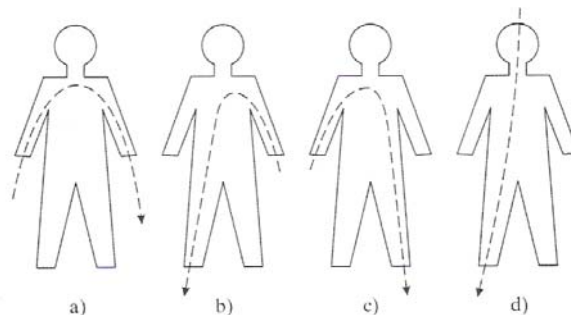
Az emberi test többféle módon kerülhet a zárt áramkörbe:

- a, két olyan vezető érintése, amely egymáshoz képest feszültség alatt van
- b, egy olyan vezető érintése, amely a földhöz képest feszültség alatt van
- c, testzárlatos villamos berendezés érintése



10-1. sz. ábra Áramütés esetei

Az áramütéskor az emberi testen átfolyó áram a szervezet élettani folyamatait többféle módon befolyásolja. A szövetekben felbontja az egyensúlyi állapotot, vegyi bontó hatása következtében a szövetek víztartalmát oxigénre és hidrogénre választja szét, kioldja a vér és izom vörös festékanyagát. Az idegközpontokra romboló hatást fejt ki, az idegrendszer működését megzavarja, bénítólag hat és izomgörcsöket hozhat létre. A tüdőmozgató izmok görcsre lélegzési zavarokat, a légzőközpont megbénulása fulladásos tetszhalált okozhat. Áramütés esetén, ha a szív az áram útjába kerül, akkor szívkamrarelebegés léphet fel.



10-2. sz. ábra Áram útja áramütés esetén

Az emberi test az áramerősségre, és az áram és idő szorzatára, vagyis a villamos töltésre érzékeny. Érzetküszöb 0,4mA-ra becsülhető. Váltakozó feszültség esetén az elengedési, vagyis amikor az ember az izomgörcs hatására saját akaratából már nem képes az áramkörből kiszabadulni, áram 1-10mA között változik.

Az áramütés hatásának jellege az áram nagyságának függvényében 50Hz váltakozó áram esetén:

- 1-1,5mA érzet kezdete, könnyű remegés az ujjakban
- 2-3mA mozgást nem gátló érzet

- 8-10mA karok elnehezülnek, erős fájdalom
- 10mA elengedési áramerősség
- 25mA karok lassan elbénulnak, erős fájdalom, légző izmok görcse
- 70mA légzés bénulása, szívkamrák elégtelen működésének kezdete
- 100mA légzés bénulása

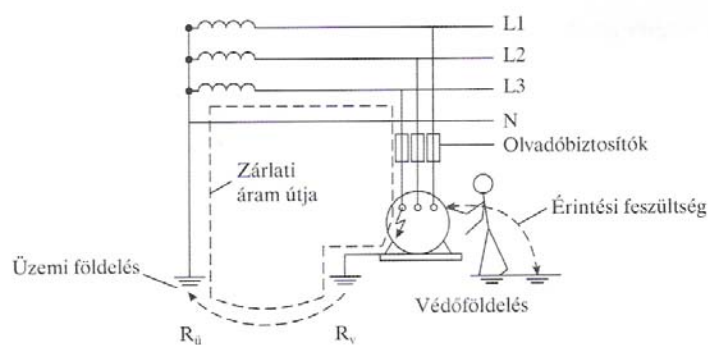
Az emberi test ellenállása 1000Ω -ra tehető, de értéke sok tényezőtől függ (bőrfelület, érintési nyomás, emberi test belső részeinek ellenállása stb.).

Igen fontos, hogy az áramütést szenvedett személyt az áramkörből minél rövid idő alatt kiszabadítsák, és az elsősegélynyújtás mihamarabb megkezdődjön. Szívbénulásos balesetek szempontjából döntő, hogy milyen mértékben kerül a szív testen áthaladó áram útjába.

10.2 Érintésvédelem, földelés ellenállása

A villamos berendezések karbantartás mellett is meghibásodhatnak, aminek következtében üzemszerűen feszültség alatt nem álló szerkezetek feszültség alá kerülhetnek. A meghibásodott berendezés ezen részének érintésekor áramütés jöhet létre. Az **érintésvédelem** ezen balesetek elhárítására irányul.

Védővezetős érintésvédelem alkalmazásakor a berendezés érinthető részeinek földelésével (földelt vezetővel összekötve) megakadályozza, hogy az emberi testen keresztül záródjon az áramkör. Ha a berendezés egyébként elszigetelt, nem feszültség alatt lévő érinthető része valamilyen hiba folytán mégis feszültség alá kerülne, akkor a megfelelő földelés megakadályozza az emberi testre veszélyes nagyságú feszültség kialakulását. A hiba következtében földelésen keresztül igen nagy zárlati áram jön létre, mely az áramvédelmet működésbe hozza és lekapcsolja a berendezést a hálózatról. Az áram és a kialakuló feszültség nagyságát nagyban befolyásolja a földelés ellenállása. Csak kis földelési ellenállás (általában kisebb mint 1Ω) esetén hatásos a védelem, ezért a földelési ellenállás nagysága a védelem szempontjából nagyon fontos. Szigetelt földelővezető jelölése a zöld-sárga.



10-3. sz. ábra Védőföldelés

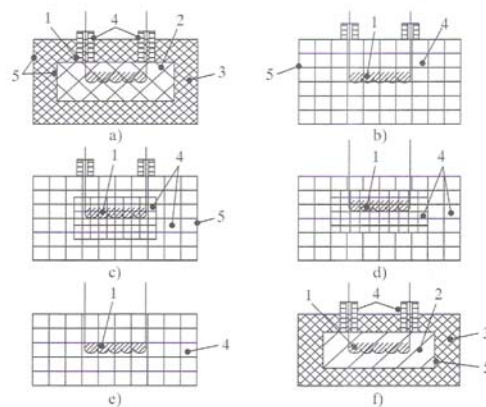
Épületekben **egyenpotenciálra hozott EPH** hálózatot alakítanak ki, melynél minden vezető anyagú szerkezetet (vízcső, fűtésűcső, radiátor, gáztűzhely stb.) villamos vezetővel összekötnék és leföldelik. Ezzel biztosítható, hogy két eltérő fémtest érintésekor azok azonos potenciálon legyenek, így áramütést ne tudjanak okozni. Tehát a földelt villamos berendezés és más a berendezés közelében lévő vezető test egyidejű érintésekor, mivel azok azonos potenciálon

vannak, nem tud hiba esetén sem feszültségkülönbség és így áram sem kialakulni.

Áram-védőkapcsoló segítségével szinuszos váltakozó áram hatására az egyes vezetékekben folyó áramok különbségét figyelve lehet a hiba esetén fellépő áram egyensúly megbomlást érzékelni. Normál hibamentes működés esetén a berendezésbe befolyó és kifolyó áramok összegének nullát kell adnia. Ha valami hiba lép fel a berendezésben, például valamelyik szigetelés megsérül, és ennek következtében áram folyik el a földelésen keresztül, akkor a be- és kifolyó áramok összege nem lesz nulla, valamekkora hibaáram jön létre. Hasonló a helyzet, ha emberi test által feszültség alatt lévő részt érintve az emberi testen keresztül folyik el áram a föld felé. Amikor az áram-védőkapcsoló (hibaáram kapcsoló, FI-kapcsoló, RCD) érzékeli az egyensúly megbomlását, leválasztja a berendezést a hálózatról.

Védővezető nélküli érintésvédelem esetén **törpefeszültséget** (50V-nál kisebb), elszigetelést vagy védőleválasztást alkalmaznak. Törpefeszültség alkalmazásakor a feszültség szint olyan alacsony, hogy érintés esetén is az emberi szervezetre veszélytelen áramot tud csak kialakítani. Törpefeszültséget legtöbbször transzformátorral állítják elő.

Kettős szigetelés alkalmazása esetén, a normál szigetelés hibája esetén feszültség alá kerülő részek érintését további kiegészítő szigetelés akadályozza meg. A kettős szigetelés jele a dupla négyzet (négyzetben négyzet). Ilyen védelem esetén védőföldelést alkalmazni nem szabad.



10-4. sz. ábra Kettős szigetelés a,b,c fémburkolatú, d,e,f szigetelőburkolatú
1) működési-, 2) alap-, 3) kiegészítő-, 4) megerősített szigetelés, 5) fémrész

Védőleválasztás esetén a táphálózatot a földtől tökéletesen elszigetelik (általában leválasztó transzformátor alkalmazásával), így nem alakulhat ki hiba esetén sem emberi érintésre zárt áramkör. A leválasztott berendezést földelni nem szabad.

10.3 Ellenőrző kérdések

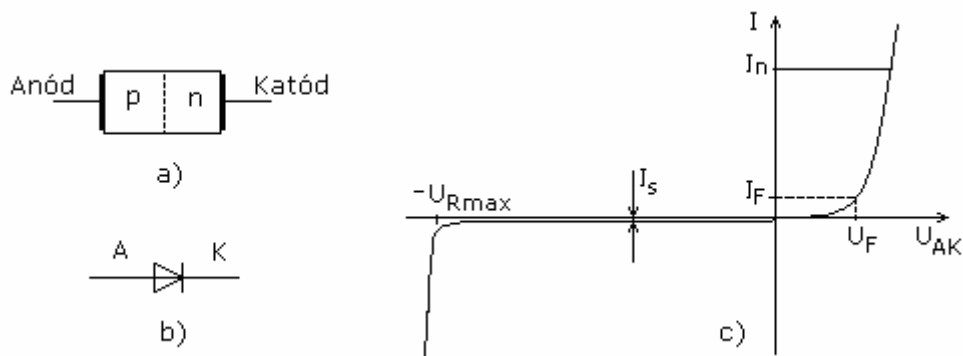
1. Hogyan kerülhet emberi test zárt áramkörbe?
2. Milyen hatásai vannak az áramütésnek?
2. Milyen érintésvédelmi megoldásokat alkalmaznak?

11 Félvezető eszközök

A félvezető eszközök működésének és használatának tárgyalásánál a fizika tárgyban tanultakra alapozva az ismertetést az eszközök katalógus adataiból kiindulva végezzük. Ismertetnek tételezzük a tiszta, a p és n típusúan szennyezett félvezetők, valamint a pn átmenet fizikai tulajdonságait.

11.1 Diódák

A dióda egy darab félvezető p és n típusúan szennyezett oldalából áll, amelyet kivezetésekkel látnak el. A 11-1.a) ábra ezt az elvi elrendezést, a 11-1.b) ábra az áramköri rajzjelét, a 11-1.c) ábra egy dióda karakterisztikáját mutatja. A p típusúan szennyezett oldali kivezetést anódnak, az n típusúan szennyezett oldali kivezetést katódnak nevezzük. Ha az anód és katód közti feszültség pozitív, akkor a dióda nyitóirányban működik és áramot vezet, negatív feszültség a dióda lezárását eredményezi, nem vezető állapotba kerül, csak a kisebbségi töltéshordozók visszárama folyik, ami több nagyságrenddel kisebb a vezető irányú áramnál. A dióda működésének jellemzését karakterisztikája írja le, mely az anód és katód közti feszültség függvényében a dióda áramát mutatja.



11-1. sz. ábra Dióda a) felépítése, b) rajzjele, c) karakterisztikája

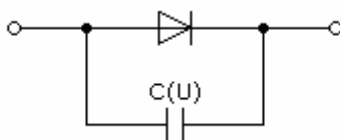
A karakterisztika nevezetes értékei:

- I_n névleges áram, vagy tartósan megengedhető áram,
- U_F a nyitófeszültség küszöbértéke, melyhez a névleges áram 10%-os értéke tartozik, ettől az értéktől tekintjük a diódát nyitottnak,
- $-U_{Rmax}$ az a záróirányú feszültség, amit a dióda még kibír, ennél nagyobb záróirányú feszültség esetén a vezetést okozó kisszámú töltéshordozó nagy sebességet érhet el és ütközéssel további elektronokat képesek lavinaszerűen szabaddá tenni. Az így kialakuló nagy áram, a vezető irányú feszültség többszöröse mellett, túlmelegedést és a Zener dióda kivételével tönkremenetelt okoz.

A diódának további katalógus adatai lehetnek:

- I_t túláram, mely rövid ideig és ritkán ismétlődően megengedhető, a névleges áramnál lényegesen nagyobb áram. Egyenirányítók bekapcsolási árama lehet ilyen érték.
- t_t töltéstárolási idő, vagy f_n határfrekvencia. A dióda vezető állapotból záró állapotba kerüléséhez idő kell. Ez függ a dióda vezető irányú áramától és kivételétől is, nanosec. és mikrosec. nagyságrendbe eshet. A vezérlő feszültség periódusideje nagy kell legyen a töltéstárolási időhöz képest.

A záróirányban előfeszített dióda pn átmeneténél szabad töltéshordozó nélküli szigetelő réteg alakul ki. Ennek két oldalán vezetőnek is tekinthető anyag van, ami kondenzátort valósít meg. Ennek kapacitása feszültséggel vezérelhető, amivel hangolható rezgőkört lehet megvalósítani. Az esetek többségében azonban ez a kapacitás a nagyfrekvenciás és kapcsoló üzemű működést hátrányosan befolyásolja. A kapacitás a dióda fizikai méretétől is függ, nagyáramú diódák határfrekvenciája kisebb. A 11-2. ábra a dióda nagyfrekvenciás helyettesítő kapcsolását mutatja.



11-2. sz. ábra Dióda nagyfrekvenciás helyettesítő kapcsolása

A dióda karakterisztikáját a Zener tartomány kivételével exponenciális függvénnyel lehet közelíteni:

$$I = I_s(T) \left(e^{\frac{U_{AK}}{mU_T}} - 1 \right)$$

Ahol

- I_s a pn átmenet elméleti záróirányú árama pozitív előjellel, és függ a hőmérséklettől,
- U_T termikus feszültség, $U_T = \frac{k \cdot T}{q}$, ebben $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ (VAs/K)}$, a Boltzmann állandó, $q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ (As)}$, az elektron töltése, T a pn átmenet hőmérséklete Kelvin fokban.
- m korrekciós tényező, értéke 1 és 2 között van.

Az állandók behelyettesítésével és $m=1$ értékkel számolva:

$$U_T = \frac{T}{11594} \text{ (V)}, \text{ szobahőmérsékleten: } U_T \approx 25 - 26 \text{ (mV)}$$

Elegendően nagy záróirányú feszültségnél az exponenciális tag elhanyagolható, a záróirányú áram közel állandó, I_s -el egyenlő, de a valóságos visszáram ennél nagyobb.

Nyitóirányú tartományban az exponenciális tag értéke rohamosan nő, a „-1”-tag elhanyagolható, a nyitott diódán csak kis értékű feszültség lehet.

Állandó feszültség esetén a záróirányú áram a hőmérséklettől exponenciálisan függ, 10 °C-os emelkedés hatására megkétszereződik, 100 °C-os emelkedés esetén ezerszeresére nő.

Germánium és szilícium alapanyagú diódák jellemző és adatait tartalmazza a 11-3. ábra:

Jellemző adatok	Germánium	Szilícium
U_F nyitófeszültség	0,2-0,4 V	0,5-0,8 V
I_s záróirányú áram	0,1-10 μ A	1 pA- 100 nA
Nyitó irányú ellenállás	5-10 Ω /mm ²	1-50 Ω /mm ²
Záró irányú ellenállás	0,1-10 M Ω	1-3000 M Ω
$-U_{Rmax}$ feszültség (elérhető)	10-500 V	10 kV
pn átmenet max. hőmérséklete	80-90 °C	150-200 °C

11-3. sz. ábra Germánium és szilícium alapanyagú diódák jellemző és adatai

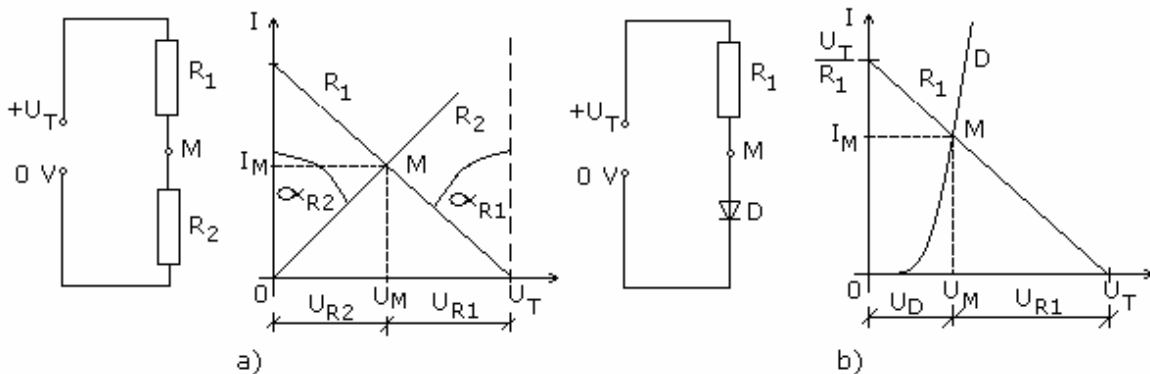
11.2 Munkapont meghatározás

Két ellenállás soros kapcsolásával kialakuló közös pont feszültségét és áramát egyszerűen tudjuk számolni:

$$I_M = \frac{U_T}{R_1 + R_2}; \quad U_M = \frac{U_T}{R_1 + R_2} R_2;$$

Legyen a feladat egy lineáris és egy nem-lineáris elem soros kapcsolásával kialakuló közös pont feszültség és áram értékének meghatározása. A dióda karakterisztikából látható az ellenállásoktól eltérő nemlineáris viselkedés. Ez az áramkörti számításokat megnehezíti. A dióda ellenállását előre nem tudjuk. Analitikus formában egy lineáris és egy exponenciális függvény közös pontjának a meghatározásáról van szó. A megoldás grafikus módszerrel egyszerűen megoldható, menetét a 11-4. ábra szemlélteti. Az a) ábrán két ellenállás soros kapcsolása van, és a közös pont értékei meghatározásának menete követhető. Az ellenállások egyenesének az áramtengellyel bezárt szögét az ellenállás értéke meghatározza: $R = \frac{U}{I} = \operatorname{tg} \alpha$. Az R_2 ellenállás egyenese a nulla feszültség és

áramértékű pontból indul, növekvő áramérték esetén növekvő feszültség érték van a másik végén. Az R_1 ellenállás egyenese az U_T feszültség és nulla áramértékű pontból indul, növekvő áramérték esetén csökkenő feszültség érték van a másik végén. A két egyenes metszéspontja a közös munkapont feszültség és áram értékeit adja.

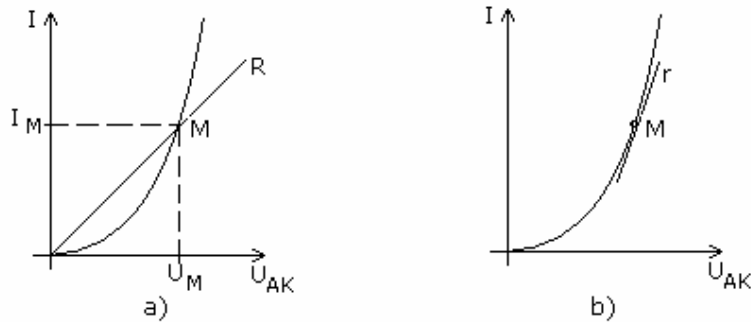


11-4. sz. ábra Munkapont meghatározása a) lineáris, b) nemlineáris esetben

A 11-4.b) ábrán az R_2 helyén egy dióda van nyitóirányban bekötve. Ha katalógusból ismert a karakterisztikája, a grafikus eljárás könnyedén eredményre vezet. Az R_1 ellenállás egyenesének berajzolását két pont meghatározásával végezzük. A dióda helyére szakadást feltételezve az M ponton a tápfeszültség mérhető és az áram 0, a dióda helyén rövidzárat feltételezve az M pont feszültsége 0, árama U_T/R_1 lesz. A két karakterisztika metszéspontja lesz a közös munkapont.

A grafikus módszert a továbbiakban különböző nemlineáris elemeket tartalmazó kapcsolások munkaponti adatainak meghatározásánál használni fogjuk.

Nemlineáris elemek alkalmazásakor kétféle ellenállás fogalmat kell használni, ezt a 11-5. ábra szemlélteti.



11-5. sz. ábra a) Statikus és b) differenciális ellenállás

Ha egy nemlineáris elem az a) ábra szerinti munkapontban működik, akkor itt a statikus vagy egyenáramú ellenállása a munkaponti feszültség és áram hányadosával egyenlő:

$$R = U_M / I_M$$

Ebben a munkapontban egyenáramú körben ezzel az ellenállással helyettesíthető lenne a dióda. Az ábrából látható, hogy a statikus ellenállás munkapont függő, nagyobb áramhoz kisebb ellenállás tartozik.

Ha a munkaponti feszültség kis mértékben megváltozik, az áram a nemlineáris karakterisztika szerint változik. A differenciális, vagy váltóáramú ellenállás a nemlineáris elemet a munkapont környéki kis változások esetére jellemzi, értéke a feszültség áram szerinti deriváltja, grafikusan a karakterisztikához húzható érintő az adott munkapontban:

$$r = \left. \frac{dU}{dI} \right|_M \approx \left. \frac{\Delta U}{\Delta I} \right|_M$$

A differenciális ellenállás dióda esetében a nyitóirányú karakterisztikát

leíróegyenletből meghatározható: $I = I_s e^{\frac{U}{mU_T}}$

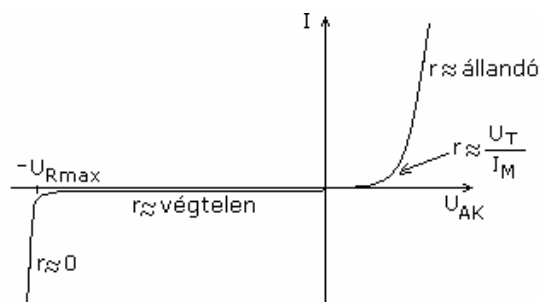
Ebből a dinamikus vezetetés:

$$\frac{1}{r} = \left. \frac{dI}{dU} \right|_M = \left. \frac{d}{dU} I_s \cdot e^{\frac{U}{mU_T}} \right|_M = I_s \cdot e^{\frac{U}{mU_T}} \cdot \left. \frac{1}{mU_T} \right|_M = \frac{I}{mU_T}$$

Tehát a dióda dinamikus ellenállását a termikus feszültség és a munkaponti egyenáram hányadosaként megkaphatjuk:

$$r = \left. \frac{dU}{dI} \right|_M = \frac{mU_T}{I_M} \approx \frac{U_T}{I_M}$$

Az így számítható érték csak kb. 1mA nagyságrendig tekinthető pontosnak, növekvő áramérték esetén a valódi érték nagyobb a számítottnál.



11-6. sz. ábra Dióda karakterisztikája

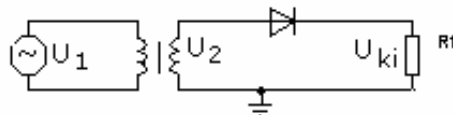
A 11-6. ábra szerint a dióda karakterisztikának négy tartományát különböztetjük meg:

- Zener tartomány, vagy letörési tartomány, $r \approx 0$
- záró tartomány, $r \approx \infty$
- nyitó tartomány $I = I_s e^{\frac{U}{U_T}}$ és $r = \frac{dU}{dI} \Big|_M \approx \frac{U_T}{I_M}$
- nagy nyitó áramú tartomány $r \approx \text{állandó}$

11.3 Egyenirányító kapcsolások diódával

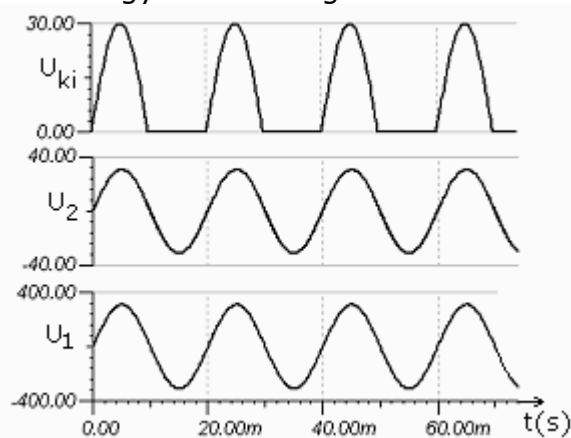
11.3.1 Egyutas együtemű egyenirányító

Egyutas együtemű egyenirányító kapcsolását mutatja a 11-7. a) ábra. A tápláló generátor 220V effektív értékű, 50Hz-es feszültséget ad (ez általában rendelkezésre áll), a transzformátor áttétele 0,1.



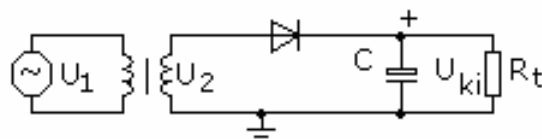
11-7. sz. ábra a) Egyutas együtemű egyenirányító

A 11-7. b) ábrán a bejelölt feszültségek időbeli lefolyása látható. A kimeneti jel kb. 30V amplitúdójú lüktető egyenfeszültség.

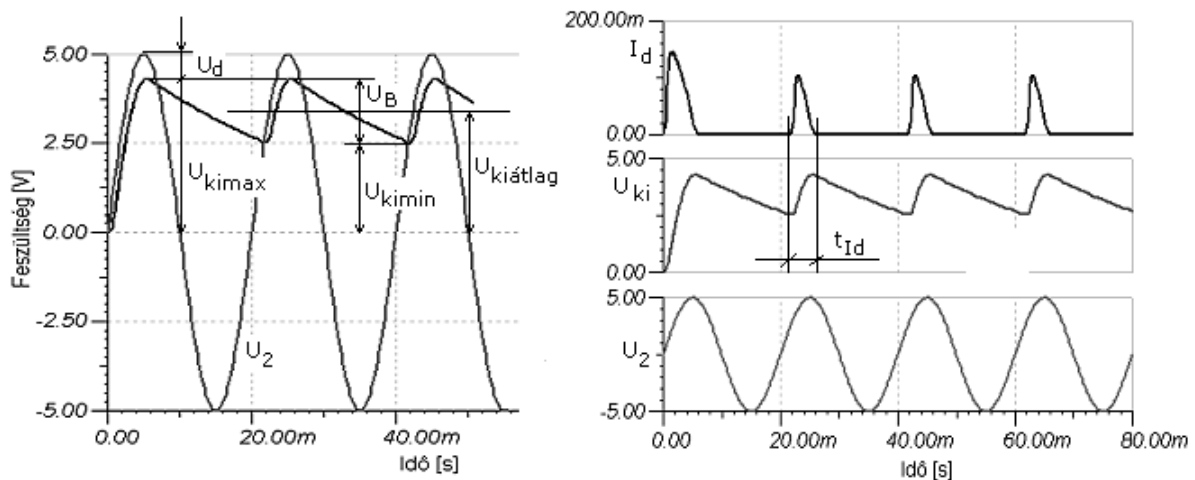


11-7. sz. ábra b) Egyutas együtemű egyenirányító feszültségeinek időfüggvénye

A kimeneti jelet nagy értékű elektrolit kondenzátorral simítani lehet. A kapcsolási rajzot és a jelek időbeli lefolyását a 11-8. ábrán láthatjuk.



11-8. sz. ábra a) Egyutas együtemű egyenirányító simító (szűrő) kondenzátorral



11-8. sz. ábra Egyutas együtemű egyenirányító jelalakjai simító (szűrő) kondenzátor alkalmazása esetén

Az ábra jelöléseivel az értékek számítása követhető:

$$U_{ki\max} = \hat{U}_2 - U_d, \text{ ahol } U_d \text{ a nyitott diódán eső } 0,5-1,3 \text{ V nagyságú feszültség.}$$

$$U_B = U_{ki\max} - U_{ki\min} \qquad U_{ki\text{átlag}} = U_{ki\max} - U_B/2$$

A kimenő feszültség szokásos megadása: $U_{ki} = U_{ki\text{átlag}} \pm \frac{U_B}{2}$

A terhelésen folyó áram alakja megegyezik a kimenő feszültség alakjával. A kimenő átlagáramot a kimenő feszültség átlagából számoljuk: $I_{ki} = \frac{U_{ki\text{átlag}}}{R_t}$. Ez a

dióda terhelő áramának az átlaga. A 11-8. c) ábrán látható a diódán folyó áram időbeli lefolyása. Bekapcsoláskor a kondenzátor töltés nélküli, az áram impulzus nagyobb és hosszabb, mint a folyamatos üzemben. A dióda akkor vezet, ha az anódja pozitívabb, mint a katódja. Bekapcsolás után a kondenzátor feltöltődik $U_{ki\max}$ feszültségre, a dióda anódján az U_2 feszültség van és amikor ez a katód feszültsége alá csökken, a dióda nem vezet, míg az U_2 feszültség el nem éri az $U_{ki\min}$ -re csökkent kondenzátor feszültséget. A terhelésen az áramot a kondenzátor tartja fenn, a kisülés exponenciális jellegű, $T=R \cdot C$ időállandóval. A kimeneten lévő bűgófeszültséget, illetve a szükséges kondenzátor értéket közelítő számítással határozzuk meg. A közelítés alapja, hogy a kondenzátor töltésvesztését a kimenő átlagárammal számoljuk egy teljes periódus időre, (a kisülés az ábra szerint ennél rövidebb ideig tart):

$$U_B = \frac{Q}{C} \cong \frac{I_{ki} \cdot T}{C} = \frac{I_{ki}}{C \cdot f}; \quad \text{ebből a szükséges kondenzátorméret: } C = \frac{I_{ki}}{U_B \cdot f}$$

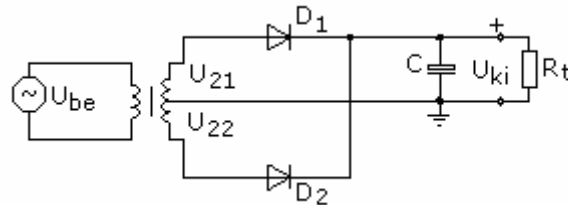
A diódára jutó maximális záróirányú feszültséget az egyenirányító terheletlen állapotából kiindulva kell számolni, ez az ábrából leolvashatóan a szekunder feszültség kétszeres amplitúdója, ha a nyitóirányú diódán eső néhány tized voltos feszültséget elhanyagoljuk: $U_R = 2\hat{U}$

Bekapcsoláskor a töltetlen kondenzátor rövidzárat jelent, a dióda áramát a szekunder tekercs, a nyitott dióda és a huzalozás ellenállásából számítható belső

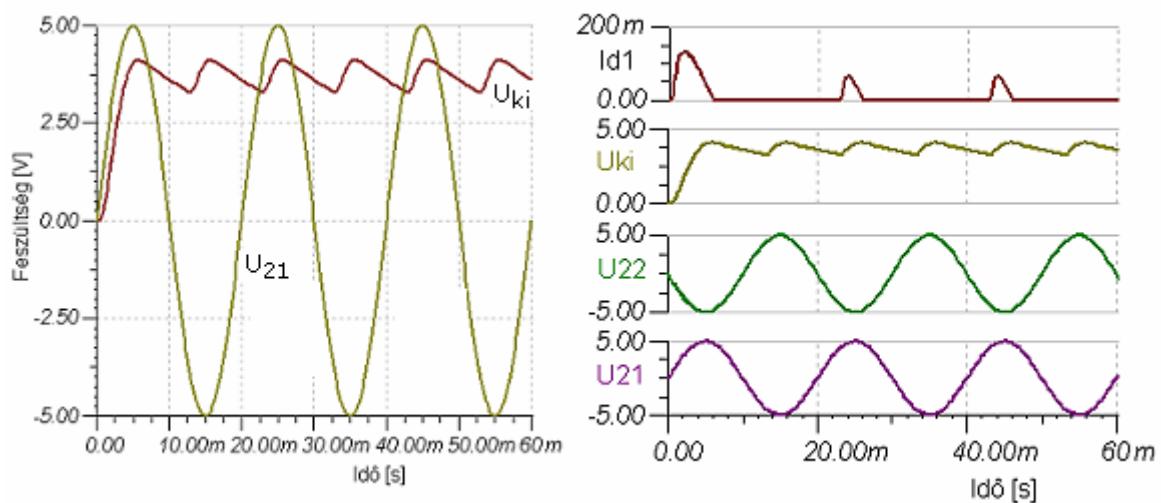
ellenállás korlátozza: $I_{dcsúcs} = \frac{\hat{U}_2}{R_b}$

11.3.2 Egyutas kétütemű egyenirányító

Jobb egyenfeszültséget lehet elérni, ha a váltakozó feszültség mindkét félperiódusát felhasználjuk a kondenzátor töltésére. Ezt kétféle egyenirányító kapcsolással is el lehet érni. A 11-9. ábra középcsapolású transzformátorral és két diódával felépített egyutas kétütemű egyenirányító kapcsolási rajzát és jelalakjait mutatja.



11-9. sz. ábra a) Egyutas kétütemű egyenirányító



11-9. sz. ábra b) Egyutas kétütemű egyenirányító jelalakjai

A jelalakokból látható, hogy a kondenzátor mindkét félperiódusban töltést kap, így a bűgőfeszültség kisebb lehet.

$$U_B \approx \frac{I_{ki}}{2C \cdot f}$$

Egy dióda csak minden második félperiódusban vezet, így az átlagárama: $I_d = \frac{I_{ki}}{2}$

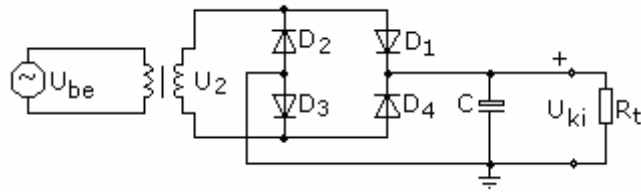
A többi feszültség érték számítása megegyezik az egyutas együtemű kapcsolásával.

11.3.3 Kétutas kétütemű egyenirányító

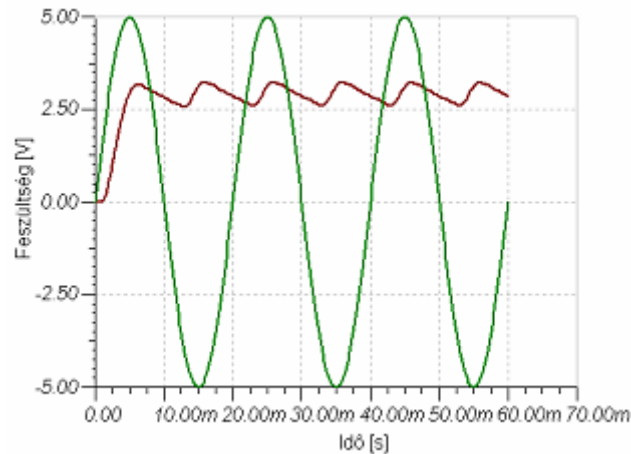
A 11-10. ábrán Graetz hidas egyenirányító kapcsolása és jelalakja látható. A szinuszjel egyik félperiódusában a D_1 és D_3 dióda-pár, a másikban a D_2 és D_4 dióda-pár nyit ki és tölti fel a kondenzátort. Itt a transzformátor szekunder tekercsén két irányban folyik áram, ezért ezt a kapcsolást kétutas kétütemű kapcsolásnak nevezzük. A záróirányú feszültség két sorba kötött diódán oszlik meg, egy diódára csak egy amplitúdónyi érték jut.

$$U_{ki\max} = \hat{U}_2 - 2U_d; \quad U_R = \hat{U}_2$$

A diódaáram és a bűgőfeszültség számítása nem változik.

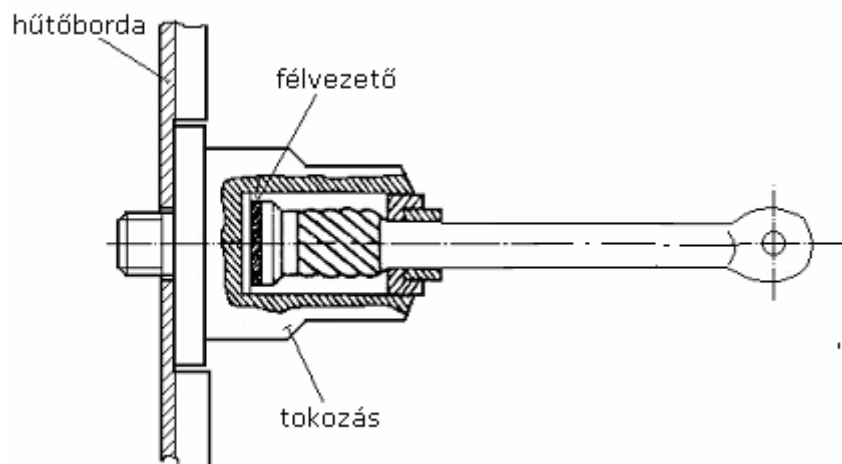


11-10. sz. ábra a) Kétutas kétütemű egyenirányító



11-10. sz. ábra b) Kétutas kétütemű egyenirányító kim. feszültség jelalakja

Egyenáramú tápegységekben teljesítmény diódákat szükséges használni. Ezek típustól függően 100 – 3000 V nagyságrendű zárófeszültséget és 10 – 1000 A nagyságrendű vezető irányú áramerősséget is elbíró szilícium alapú diódák. A félvezető kis mérete ellenére a diódának viszonylag nagy teljesítményt kell dissipálnia, ezért a felépítésük robusztus és megfelelő méretű hűtőbordára kell szerelni. Egy teljesítménydióda metszeti rajza látható a 11-11. ábrán.



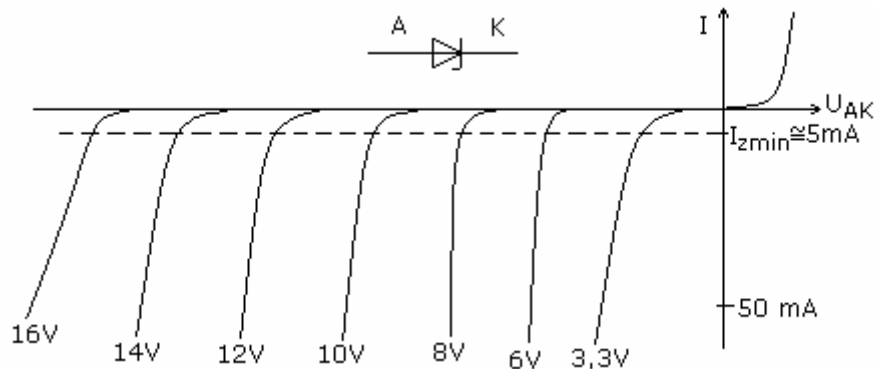
11-11. sz. ábra Teljesítménydióda metszeti rajza

11.4 Zener dióda

A 11-12. ábra a Zener dióda rajzjelét és különböző letörési feszültségű dióda karakterisztikát ábrázol.

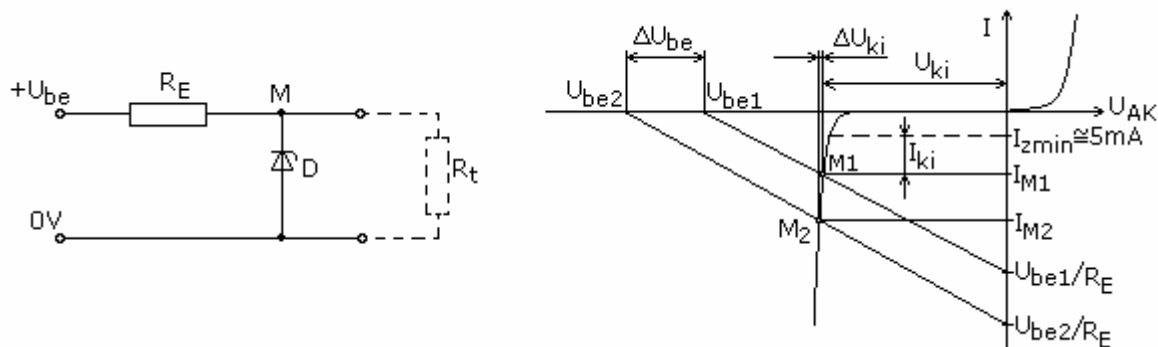
A letörési feszültséget általában egy I_{zmin} értéken adják meg a katalógusok. A dióda megfelelő korlátozó ellenállással kibírja a Zener tartománybeli működtetést. Ebben a tartományban nagy áram változás kis feszültségváltozás

mellett történik, a dióda sarkairól közel állandó feszültség vehető le, ezért referencia feszültség forrásként lehet használni. A feszültség stabilizáló hatás annál jobb, minél kisebb a differenciális ellenállás. Az ábrából látható, hogy ez az $U_z \approx 8 \text{ V}$ közeli letörési feszültségű diódákra teljesül a legjobban, a karakterisztika ezeknél a legmeredekebb.



11-12. sz. ábra Zener dióda karakterisztikája

A 11-13. a) ábrán egy feszültségstabilizáló kapcsolás, a b) ábrán a munkapont szerkesztés és a stabilizáló hatás követhető. A számításokat negatív értékek helyett az abszolút értékekkel végezzük. A munkaponti áram a Zener dióda karakterisztikán nem eshet I_{zmin} érték alá. Így az esetleges terhelés árama nem lehet nagyobb az ábrán bejelölnél, azaz $I_{ki} \leq I_{M1} - I_{zmin}$.



11-13. sz. ábra a) Zener diódás feszültségstabilizáló kapcsolás, b) stabilizáló hatás

A bemeneti feszültség U_{be1} és U_{be2} értékek között ingadozik. A dióda karakterisztikájának ismeretében meghatározhatók az M_1 és M_2 munkaponti adatok és a ΔU_{ki} kimeneti feszültség változás. A kapcsolás jellemzője az abszolút és a relatív stabilizálási tényező:

$$s = \frac{\Delta U_{be}}{\Delta U_{ki}} ; \quad S = \frac{\Delta U_{be} / U_{be}}{\Delta U_{ki} / U_{ki}} = s \frac{U_{ki}}{U_{be}}$$

A kapcsolás felépíthető a karakterisztika ismerete nélkül is, ha ismerjük a Zener feszültséget és a differenciális ellenállást, a kimeneti feszültség (ΔU_{ki}) változást pedig elhanyagoljuk. A kimeneti feszültség jó közelítéssel a Zener feszültséggel egyenlőnek vehető.

A szükséges ellenállás a tápláló generátor belső ellenállásával együtt:

$$R \leq \frac{U_{be\min} - U_z}{I_{ki} + I_{ki\min}}$$

A diódának el kell bírnia az M_2 munkaponti áramot: $I_D \geq I_{M2} = \frac{U_{be2} - U_z}{R}$

Az $r \approx \frac{\Delta U}{\Delta I}$ közelítésből: $\Delta U_{ki} = r(I_{M2} - I_{M1})$, és a stabilizálási tényező:

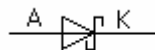
$$S = \frac{\Delta U_{be}}{\Delta U_{ki}} = \frac{\Delta U_{be2} - \Delta U_{be1}}{r(I_{M2} - I_{M1})} = \frac{(U_z + I_{M2} \cdot R) - (U_z + I_{M1} \cdot R)}{r(I_{M2} - I_{M1})} = \frac{R}{r}$$

A megfelelő stabilizálás feltétele, hogy a bemeneti feszültség (0,5-2)-szerese legyen a kimeneten elvárt feszültségnek. A bemeneti feszültség változás az ellenálláson változó mértékű hővé alakul.

11.5 Schottky dióda

Ha n típusúan szennyezett félvezető rétegre pl. aranyat párologtatnak az így létrejött fém-félvezető átmenetnek szintén egyenirányító tulajdonsága van és Schottky diódának nevezzük. Jellemzőjük, hogy az átmenetben tárolt töltés kicsi, gyorsan váltanak át vezetőből nem vezető állapotba, a töltéstárolási idejük ~ 100 psec nagyságrendű, nyitóirányú feszültségük is kisebb a szilícium diódáknál szokásos értékénél, $\sim 0,3V$ nagyságú. Gyors működésű kapcsoló áramkörökben használatos, pl. digitális integrált áramkörök bemenetén.

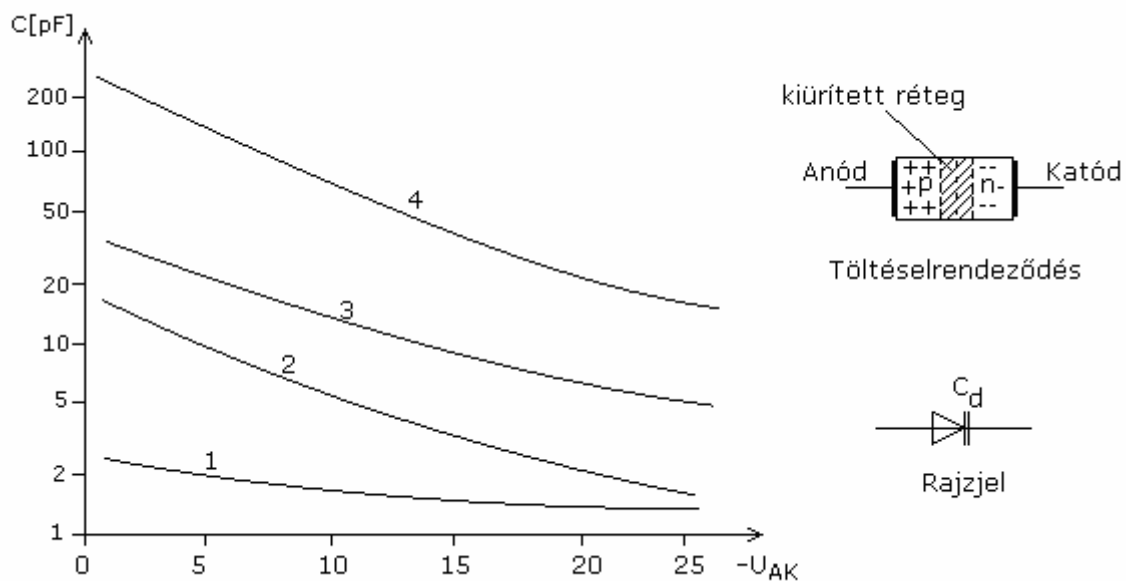
Rajzjele a 11-14. ábrán látható:



11-14. sz. ábra Schottky dióda rajzjele

11.6 VARICAP dióda

A záróirányba előfeszített dióda pn átmenetén szabad töltéshordozóktól mentes, ún. kiürített réteg keletkezik, ami szigetel és a két oldalán pedig vezetésre alkalmas réteg van. Ez a fizikai elrendeződés egy kondenzátort eredményez, amelynél a kiürített réteg vastagsága és ennek eredményeként a kondenzátor kapacitása a feszültséggel változtatható. Ez a minden diódánál fellépő néhány pF nagyságrendű kapacitás a kisáramú diódák nagyfrekvenciás alkalmazhatóságát korlátozza, de a VARICAP (Variable Capacity=változtatható kapacitású) diódák, vagy más néven kapacitás diódák ennek hasznosítására készülnek. A kis visszáramú, szilícium alapanyagú diódák pn átmenetét úgy alakítják ki, hogy a kapacitásuk az átlagosnál nagyobb legyen. A 11-15. ábrán látható a záróirányban előfeszített dióda töltéselrendeződése, a rajzjele és a kapacitás változása a záróirányú feszültség függvényében. Az 1-es számú görbe egy átlagos dióda kapacitását, a 2, 3 és 4 jelű görbék pedig különböző típusjelű kapacitás diódák kapacitását mutatja. A kapacitás elérheti a 300 pF nagyságrendet, a vezérlő feszültség hatására egy dióda legkisebb és legnagyobb kapacitásának aránya elérheti az 1:5 értéket. Ilyen diódákat rezgőkör kondenzátora helyet lehet beépíteni, ahol a rezonancia frekvenciát egyenfeszültséggel lehet vezérelni, automatikus frekvencia szabályozású, más néven AFC (Automatic Frequency Control) áramkörök lehet létrehozni.

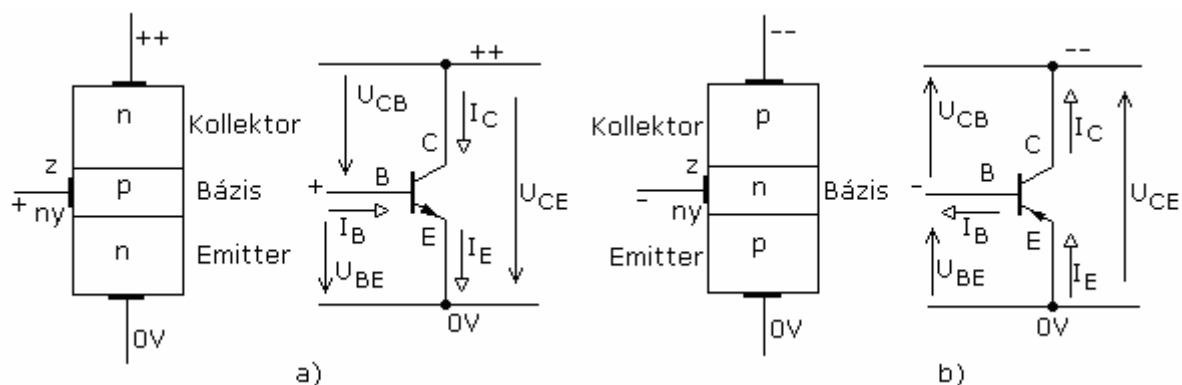


11-15. sz. ábra VARICAP dióda kapacitásának feszültségfüggése és rajzjele

11.7 Bipoláris tranzisztorok

A hagyományos áramkörökben alkalmazott tranzisztorok túlnyomó többségét a bipoláris tranzisztorok adják. Elnevezésük a vezetésben egyaránt résztvevő kétféle töltéshordozóra, a negatív elektronokra és a pozitív töltésű lyukakra utal. Felépítésük alapján szokás rétegtranzisztornak, vagy a köznapi nyelvben egyszerűen tranzisztornak nevezni. Az unipoláris (térvezérlésű) tranzisztorokat legnagyobb számban a digitális LSI (nagyintegrálságú) áramkörökben alkalmazzák.

A rétegtranzisztorok alapanyaga kezdetben germánium, ma többségében szilícium, melyet p és n típusú szennyezéssel látnak el és kialakítják a pnp és npn rétegsorrendet. A 11-16. ábra a szerkezeti felépítést, a kivezetések elnevezését, a kapcsolási rajzjelet, az tranzisztor áramait és feszültségeit mutatja. Ha a tranzisztor emitterét 0V-on lévőnek tekintjük, akkor a bázis és emitter közötti nyitóirányú előfeszítéshez npn tranzisztor esetén néhány tized voltos pozitív feszültség szükséges, ezt jelöli az ábrán a + jel. A kollektor és emitter közötti záróirányú előfeszítéshez nagyobb, néhány voltos pozitív feszültség szükséges, ezt jelöli a ++ jel. A pnp rétegsorrendű tranzisztoroknál a megfelelő előfeszítéshez fordított értelmű feszültséget kell biztosítani, ezt jelöli a - és -- jel.



11-12. sz. ábra Bipoláris tranzisztor a) NPN, b) PNP

A tranzisztor áramaira és feszültségeire felírhatóak a következő összefüggések:

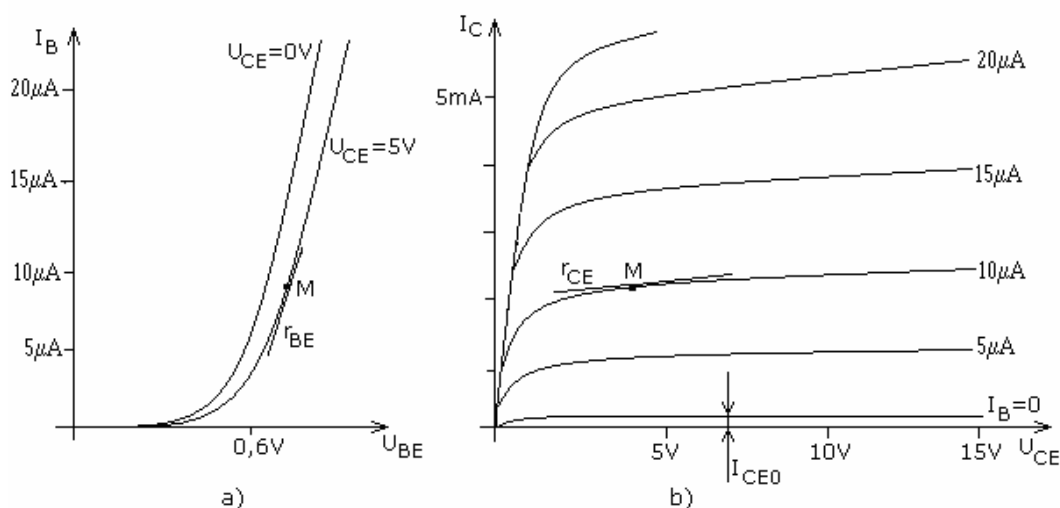
$$I_E = I_B + I_C \approx I_C$$

$$U_{CE} = U_{CB} + U_{BE}$$

A működési jellemzők tárgyalásához a tranzisztort négyfólusként kezeljük. Ez úgy valósulhat meg, hogy a három kivezetéséből egy bemenet, egy kimenet és egy közös, a bemeneti és a kimeneti oldal egyaránt használja. A leggyakoribb a közös emitteres kapcsolás, a 11-17. a) ábra a bemeneti karakterisztikát, a bázis és emitter közötti feszültség függvényében a bázis áramot mutatja. Ez egy nyitóirányban előfeszített dióda karakterisztika, de ennek a menete kismértékben függ a kimeneti oldalon lévő U_{CE} feszültségtől, exponenciális függvénnyel leírható:

$$I_B = I_s e^{\frac{U_{BE}}{mU_T}}$$

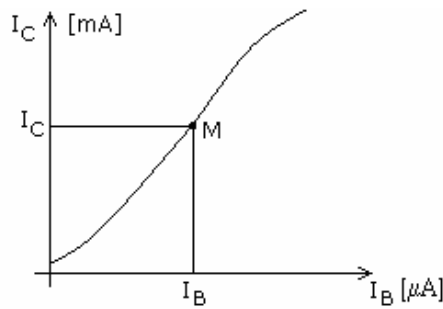
A kimeneti oldalon a kollektor áram a kollektor és emitter közötti feszültségtől és a bázis áramtól is függ, ezt a 11-17. b) ábra szerinti görbesereggel célszerű megadni, ahol a bázisáramot paraméterként használjuk.



11-17. sz. ábra Bipoláris tranzisztor karakterisztikája
a) bázis-emitter, b) kollektor-emitter

Figyeljük meg az ábrán, hogy a bázisáram 2-3 nagyságrenddel kisebb a kollektor áramnál. A tranzisztor erősítőként való alkalmazhatóságát az ábra adataiból úgy is meg lehet fogalmazni, hogy a bemeneti oldalon U_{BE} tizedvolt nagyságrendű és I_B néhány μA nagyságrendű változtatásával, a kimeneti oldalon U_{CE} néhány V nagyságrendű és I_C néhány mA nagyságrendű változását lehet elérni.

A kollektor áram-bázis áram jelleggörbe egy adott U_{CE} feszültségnél a 11-17. b) ábrából megszerkeszthető, alakja a 11-18. ábra szerint enyhén „S” alakú.



11-18. sz. ábra Bipoláris tranzisztor kollektor- bázisáram jelleggörbe

A 11-17. a) és 11-17. b) ábrákon M-el jelöltük a tranzisztor egy lehetséges munkapontját. Egy munkapontra értelmezhetjük a tranzisztor fontos jellemzőit:

statikus áramerősítési tényező:	$B = \frac{I_C}{I_B} \Big _M \approx 10 \dots 1000$
differenciális áramerősítési tényező:	$\beta = \frac{dI_C}{dI_B} \Big _M \approx \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B} \Big _M$
differenciális bemeneti ellenállás:	$r_{BE} = \frac{dU_{BE}}{dI_B} \Big _M \approx \frac{\Delta U_{BE}}{\Delta I_B} \Big _M$
differenciális kimeneti ellenállás:	$r_{CE} = \frac{dU_{CE}}{dI_C} \Big _M \approx \frac{\Delta U_{CE}}{\Delta I_C} \Big _M$

A differenciális értékek az adott munkapontban a jelleggörbe áram szerinti deriváltja, grafikusan a jelleggörbéhez húzható érintő, amint az a 11-17. a) és b) ábrán látható. A differenciális értékek az adott munkapontban a tranzisztor kisjelű váltakozó áramú viselkedését határozzák meg, megkülönböztetésül ezekre kisbetűs jelölést használunk.

A tranzisztort jellemezni lehet még az átviteli karakterisztikájával is, amely az U_{BE} bemenő feszültség függvényében a kimeneti kollektor áramot adja meg. Ez a diódához hasonló jelleggörbe és exponenciális függvénnyel jó közelítéssel leírható, ami megfelelő szoftverrel az áramkörök számítógépes analizését teszi lehetővé. Ezzel együtt szokás a kimeneti karakterisztikát is a bázisáram helyett a bázis-emitter feszültséggel paraméterezni, a 11-19. b) ábrán látható módon.

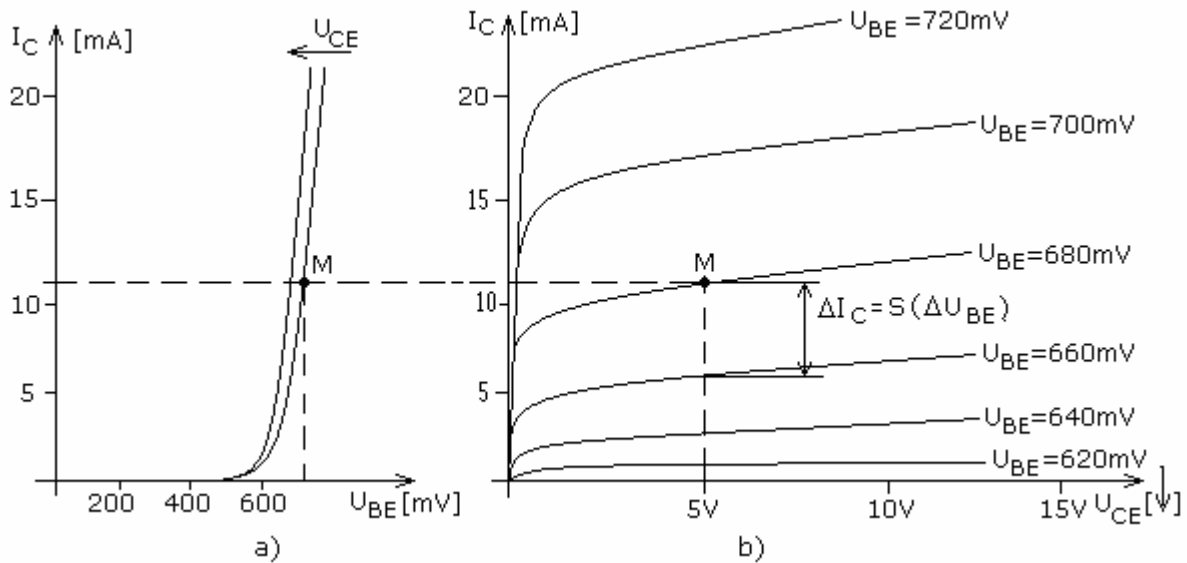
Az átviteli karakterisztika a diódkarakterisztikához hasonlóan exponenciális, de itt az m korrekciós tényező egynek vehető:

$$I_C = I_S(T, U_{CE}) e^{\frac{U_{BE}}{U_T}} ; \quad T \text{ és } U_{CE} \text{ állandó esetén: } I_C = I_S \cdot e^{\frac{U_{BE}}{U_T}}$$

A meredekség az U_{BE} (bemeneti) feszültség változás hatására bekövetkező kollektor áram változást adja meg állandó kollektor-emitter feszültség mellett, grafikusan az adott munkapontban az átviteli karakterisztikához húzható érintő:

$$S = \frac{dI_C}{dU_{BE}} \Big|_{U_{CE}=\text{áll.}} = \frac{1}{U_T} I_S \cdot e^{\frac{U_{BE}}{U_T}} = \frac{I_C}{U_T} \approx 39 \cdot I_C \quad [\text{mA/V}]$$

Tehát a meredekség a kollektor árammal arányos, a tranzisztor adatlapja nélkül is számítható. A 11-19. b) ábrán látható, hogy egyenletes lépésekben növekvő bázis-emitter feszültség esetén a karakterisztika vonalak egyre nagyobb kollektor áram változással követik egymást, azaz a meredekség a kollektor árammal egyenes arányban nő.



11-19. sz. ábra Bipoláris tranzisztor kollektoráramának függése a bázis-emitter feszültségtől a) bázis-emitter, b) kollektor-emitter karakterisztika

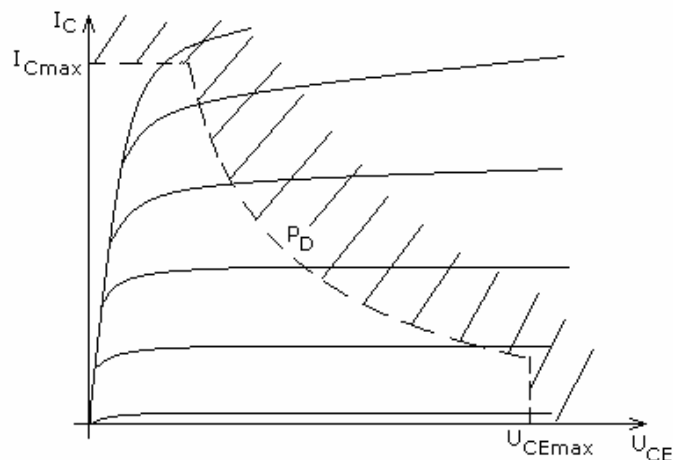
A tranzisztor differenciális bemeneti ellenállása, áramerősítési tényezője és meredeksége között felírható a következő összefüggés:

$$r_{BE} = \frac{dU_{BE}}{dI_B} = \frac{dU_{BE}}{\frac{dI_C}{\beta}} = \frac{\beta}{S} = \beta \frac{U_T}{I_C}$$

A differenciális kimeneti ellenállás felírható a következő kifejezéssel is:

$$r_{CE} = \left. \frac{dU_{CE}}{dI_C} \right|_{U_{BE}=\text{áll.}} \approx \frac{U_Y}{I_C}$$

Ahol az U_Y arányossági tényezőt Early-feszültségnek nevezzük, ennek ismeretében a kimeneti ellenállás tetszőleges kollektor áramnál kiszámítható. Jellemző értéke npn tranzisztoroknál 80~200V, pnp tranzisztoroknál 40~150V. A tranzisztorok használatánál tekintettel kell lenünk a határadatokra. A munkapontnak a maximális kollektor áram, maximális kollektor emitter-feszültség és a maximális disszipációs teljesítmény által határolt területen belül, a 11-20. ábra sraffozatlan területén kell lenni.



11-20. sz. ábra Megengedett működési tartomány

11.8 Tranzisztorok alapkapcsolásai

11.8.1 Földelt emitteres kapcsolás

A 11-21. és 11-22. ábrán a földelt emitteres kapcsolás beállítását és működését követhetjük nyomon. Az egyenáramú munkapont beállításához a kapcsolási rajzon bejelölt három árammal kell számolni. Ezek közül $I_C = B \cdot I_B$ -vel, a bázisfeszültséget beállító osztó áramát $I_O = 10I_B$ -re célszerű választani. Az R_C ellenállás és a tranzisztor egy feszültség osztót képez, a lineáris és nemlineáris elem közös munkapontját a zéner diódánál bemutatott módon, a kimeneti karakterisztikába rajzolt R_C ellenállás egyesén kell beállítani a szimmetrikus kivezérelhetőség figyelembevételével. Az ellenállás egyenesen nem haladhat a 11-20. ábra szerint a tranzisztorra megengedett területen kívül. A 11-21. ábráról a felvett munkapont adatai leolvashatók: $U_{CE} = 6,5V$, $I_C = 2,4mA$, $U_{BE} = 0,7V$, $I_B = 9,6\mu A$. Ezeket az értékeket a választható alkatrészek értéksora és szórása miatt megközelítőleg tudjuk beállítani. Az ellenállások számítása az elérendő munkaponti adatok ismeretében:

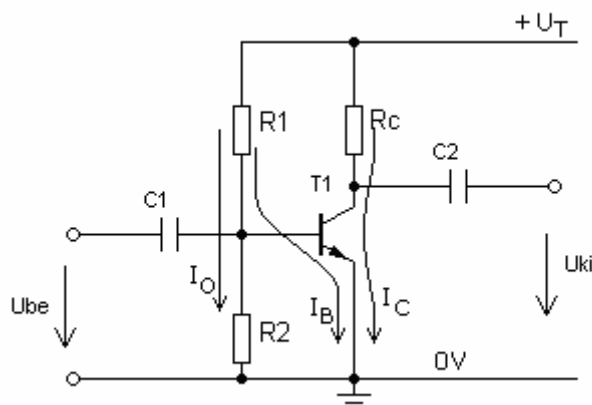
$$R_C = \frac{U_T - U_{CE}}{I_C}; \quad R_2 = \frac{U_{BE}}{I_O}; \quad R_1 = \frac{U_T - U_B}{I_O + I_B};$$

A C_1 és C_2 kondenzátorok az egyenáramú beállításnak az előző és következő fokozattól való elválasztása miatt szükségesek, váltóáramú szempontból rövidzárnak tekinthetők.

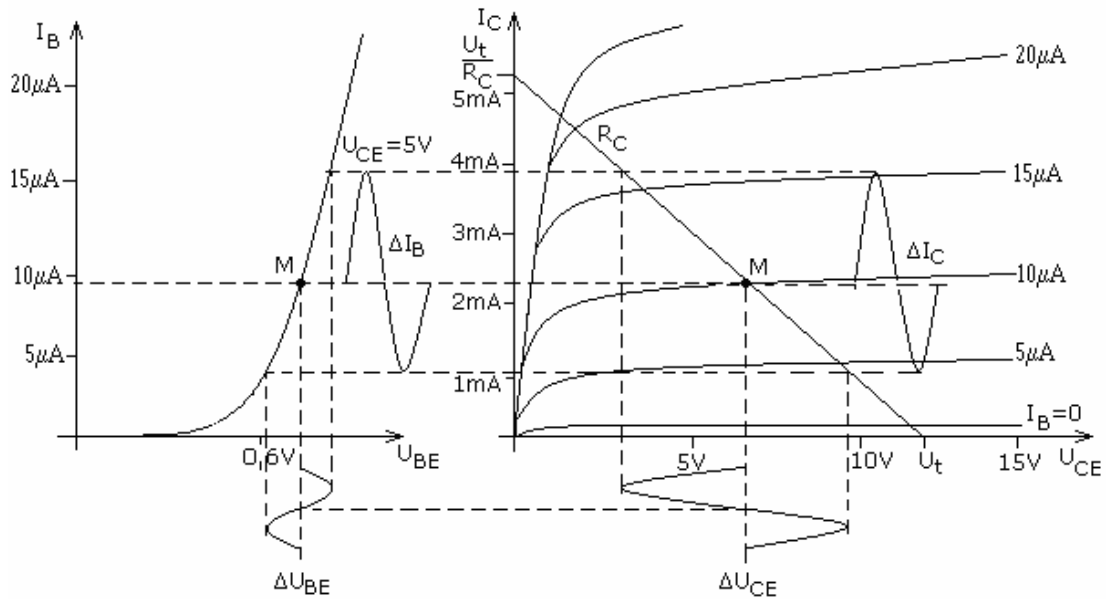
A kapcsolás működését terhelés nélkül (üresjáratban) vizsgáljuk. A bemenetre adott $\sim 90mV$ amplitúdójú váltakozó feszültség $\sim 6\mu A$ -es bázisáram változást okoz. Ennek hatására a kimeneti oldalon a munkapont az R_C ellenállás egyenesén vándorol. Az kollektor-emitter feszültségváltozás amplitúdója $\sim 3,1V$, a kollektor áram változás amplitúdója $\sim 1,3mA$. A földelt emitteres kapcsolás tehát jelentős feszültség-, áram- és teljesítményerősítést végez:

$$A_{U0} = -\frac{\Delta U_{CE}}{\Delta U_{BE}} = -\frac{3,1}{0,09} = -34; \quad A_I = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B} = \frac{1,3}{0,006} = 216; \quad A_P = A_{U0} \cdot A_I = 7344;$$

Vegyük észre, hogy a kimenő feszültség a bemenő feszültséggel ellentétes fázisú, a negatív előjel ezt a 180 fokos fázisforgatást jelzi. A számszerű értékek a terhelő ellenállás és a szükséges negatív visszacsatolás alkalmazásával jelentősen csökkennek.



11-21. sz. ábra Földelt (közös) emitteres erősítő alapkapcsolás munkapontja



11-22. sz. ábra Földelt (közös) emitteres erősítő működése

Az erősítő kapcsolás jellemző értékeit a tranzisztor paramétereinek ismeretében számítani is lehet.

A váltakozó áramú bemeneti ellenállás számításához figyelembe kell venni, hogy az egyenáramú tápegység váltóáramú szempontból rövidzárnak tekinthető, azon váltakozó feszültség nem mérhető, ezért a bázis ponttól a földpontig három ellenállás, a bázisosztó ellenállások és a nyitóirányban előfeszített bázis-emitter dióda differenciális ellenállásának párhuzamos eredőjével lehet számolni:

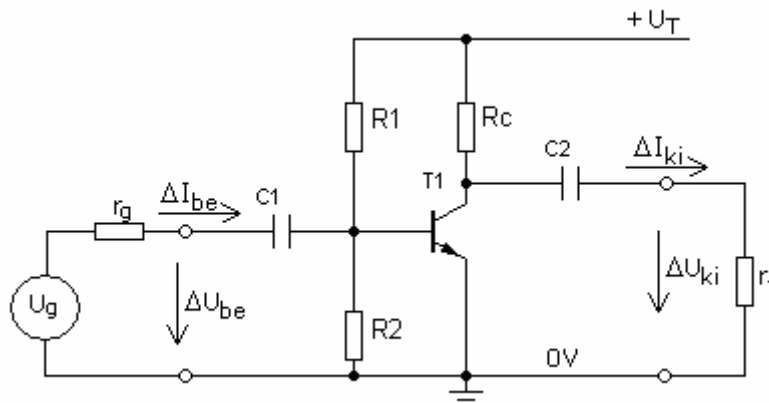
$$r_{be} = R_1 \times R_2 \times r_{BE}$$

Ehhez hasonlóan a kimeneti kollektor pontból a földpontig a tranzisztor kollektora és emittere közötti differenciális ellenállás és az R_C ellenállás a váltakozó áramú működés tekintetében párhuzamosan van kötve. Mivel az r_{CE} általában két nagyságrenddel nagyobb, a kimeneti ellenállás az R_C -vel egyenlőnek vehető:

$$r_{ki} = r_{CE} \times R_C \approx R_C$$

Az üresjáratú feszültségerősítés:

$$A_{U0} = - \frac{\Delta I_C \cdot r_{ki}}{\Delta I_B \cdot r_{BE}} = -\beta \frac{r_{ki}}{r_{BE}} = -S \cdot r_{ki} \approx -S \cdot R_C$$



11-23. sz. ábra Földelt (közös) emitteres erősítő terhelő ellenállás és a bementi jelforrás feltűntetésével

A 11-23. ábrán az erősítő kapcsolás kiegészült a bemeneti jelforrással és belső ellenállásával, a kimeneti oldalon a terhelő ellenállással, amely többnyire egy következő erősítő fokozat bemeneti ellenállása. A terhelő ellenállás váltóáramú szempontból párhuzamosan kapcsolódik a kimenő ellenállással.

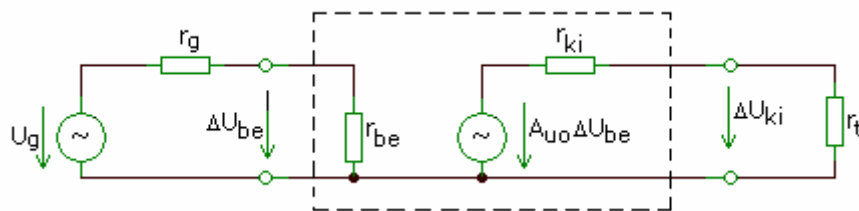
A terhelt fokozat feszültség erősítése:

$$A_{ut} = -S(r_{ki} \times r_t) = -S \frac{r_{ki} \cdot r_t}{r_{ki} + r_t} = -A_{U0} \frac{r_t}{r_{ki} + r_t}$$

Az áramerősítés a kimenő és bemenő váltakozó áram hányadosa:

$$A_i = \frac{\Delta I_{ki}}{\Delta I_{be}} = \frac{\frac{\Delta U_{ki}}{r_t}}{\frac{\Delta U_{be}}{R_1 \times R_2 \times r_{BE}}} = A_{U0} \frac{r_{be}}{r_t}$$

A 11-24. ábra az erősítő kapcsolás helyettesítő képe azzal a megkötéssel, hogy nem tartalmazza a tranzisztor rétegek kapacitásainak és a kivitelezés szórt kapacitásainak frekvenciafüggő hatását, mint ahogyan azt eddigi vizsgálatainknál sem vettük figyelembe. Az ideális az lenne, ha a bemeneti ellenállás végtelen nagy, mert így nem terhelné a jelforrást, a kimeneti ellenállás nulla, mert nem lenne vesztesége és az erősítése végtelen nagy. Ezt a földelt emitteres alapkapsolás közepesen teljesíti: erősítése jelentős, bemenő ellenállása 5-10 kΩ, kimenő ellenállása néhány kΩ nagyságrendű. Jelentősen nagyobb bemenő ellenállást a térvezérlésű tranzisztorok alkalmazásával lehet elérni.



11-24. sz. ábra Földelt (közös) emitteres erősítő váltakozóáramú helyettesítő kapcsolása

11.8.2 Földelt bázisú kapcsolás

Földelt bázisú alapkapsolás elve látható a 11-25. a) ábrán. A 11-25. b) ábra a földelt bázisú kapcsolás egyenáramú munkapont beállításának egy lehetséges megoldását mutatja. A bázist váltóáram tekintetében a C_B jelű kondenzátor teszi a közös földpontra. A bemeneti áram a tranzisztor emitter árama, ami $(1+\beta)I_B$ és nagy terhelést jelent a generátor felé, bemenő ellenállása előnytelenül kicsi, néhányszor tíz ohm nagyságrendű. Csak magasabb frekvencián lehet előnyös az alkalmazása, ahol a tranzisztor szórt kapacitásai is szerepet kapnak. Normál feltételek között a fontosabb jellemzői:

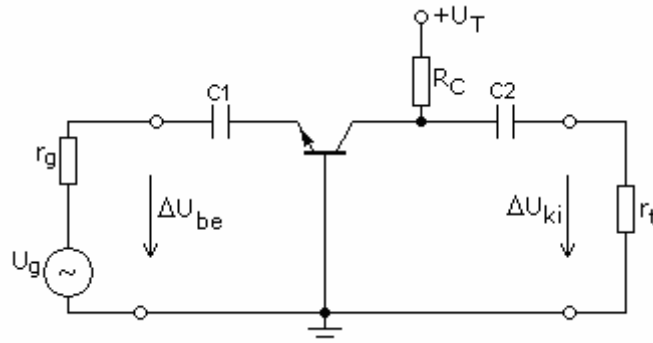
A tranzisztor differenciális bemeneti ellenállása: $r_{EB} = \frac{\Delta U_{BE}}{\Delta I_E} = \frac{\Delta U_{BE}}{(1+\beta)I_B} = \frac{r_{BE}}{(1+\beta)}$

Ezzel az alapkapsolás bemeneti ellenállása: $r_{be} = \frac{r_{BE}}{1+\beta} \times R_E \approx \frac{r_{BE}}{\beta} = \frac{1}{S}$

Kimeneti ellenállása: $r_{ki} = R_C \times r_{CB} \approx R_C$, mert a záróirányban előfeszített kollektor-bázis dióda differenciális ellenállása nagyon nagy.

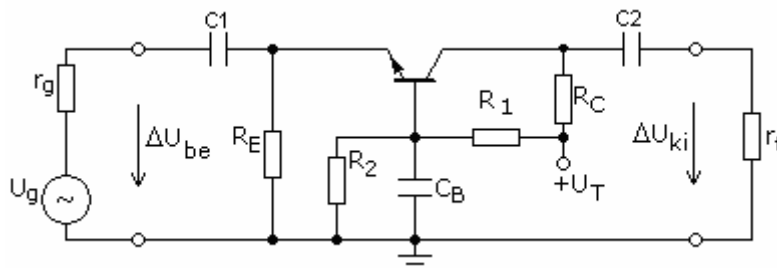
Feszültség erősítése: $A_{ut} = S(r_{ki} \times r_t) = S \frac{r_{ki} \cdot r_t}{r_{ki} + r_t} = A_{U0} \frac{r_t}{r_{ki} + r_t}$

Aramerősítése: $A_i \approx 1$



11-25. sz. ábra a) Földelt (közös) bázisú erősítő alapkapcsolás

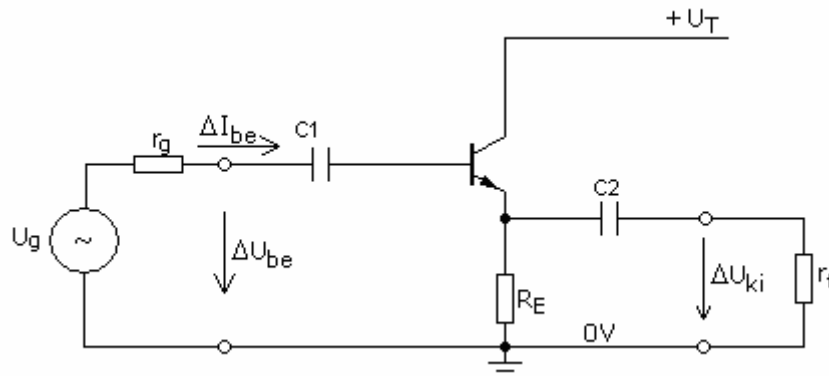
Kimeneti ellenállása és feszültség erősítése megegyezik a földelt kollektoros kapcsolással, de a kimeneti jel a bemenettel azonos fázisú.



11-25. sz. ábra b) Földelt (közös) bázisú erősítő alapkapcsolás munkapont beállítása

11.8.3 Földelt kollektóru kapcsolás

A 11-26. ábrán földelt kollektoros kapcsolás elvét láthatjuk, amit emitterkövetőnek is szokás nevezni. A bázis-emitter dióda közötti feszültség az egyenáramúlag beállított kb. 0,6V, erre szuperponálódik a ΔU_{be} váltó jel, ami 0,1V nagyságrendű. Az R_E ellenálláson a bemeneti jellel azonos fázisú kimeneti jel jelenik meg, a bázis-emitter diódán eső feszültség, ahogy azt a dióda bemeneti karakterisztikájáról is le lehet olvasni, alig változik, az emitter követi a bázis feszültségét. A fokozat feszültség erősítése $A_u \sim 1$.



11-26. sz. ábra Földelt (közös) kollektóru erősítő alapkapcsolás

A kapcsolat fontosabb jellemzői, első lépésben a tranzisztor bemeneti ellenállásából kiindulva: $r_{\text{betr}} = \frac{\Delta U_{\text{be}}}{\Delta I_{\text{be}}} = \frac{\Delta U_{\text{ki}}}{\frac{\Delta I_{\text{E}}}{1 + \beta}} = (1 + \beta) \cdot R_{\text{E}}$, mert a bemeneti és a

kimeneti jel közel egyenlő és $\frac{\Delta U_{\text{ki}}}{\Delta I_{\text{E}}} = R_{\text{E}}$ -vel.

Figyelembe véve a terhelő ellenállást a fokozat bemenő ellenállása:

$$r_{\text{be}} = (1 + \beta) \cdot R_{\text{E}} \cdot r_{\text{t}}$$

Feltételezve $\beta = 100$ -at és néhány $\text{k}\Omega$ eredő ellenállást, a bemeneti ellenállás érték néhány száz $\text{k}\Omega$ is lehet. Ezt a kedvező értéket a munkapont beállításra szokásosan használt bázisosztó eredő ellenállása lerontja, mert ez is terheli a bemenetet. Különböző kapcsolásokkal a bázisosztó eredő ellenállását látszólagosan meg lehet növelni és $\text{M}\Omega$ nagyságrendű bemeneti ellenállást is el lehet érni.

A kimeneti ellenállás szempontjából a földelt bázisú kapcsolat bemenetéhez hasonlítható: $r_{\text{KI}} \approx \frac{1}{S}$ és ez nagyon kis érték a bemeneti ellenálláshoz viszonyítva. Az emitterkövető kapcsolást gyakran alkalmazzák impedancia transzformátorként, impedancia illesztési feladatok megoldására.

11.9 Optoelektronikai alkatrészek

11.9.1 Sugárfizikai és fénytechnikai alapfogalmak

Optikai sugárzás alatt az elektromágneses sugárzás 10nm és 1mm közötti hullámhossz tartományát értjük. Ebből az emberi szem által érzékelhető fény a $390\text{--}770\text{ nm}$ közötti hullámhossz tartomány. Az ennél rövidebb hullámhosszú sugárzást ultraibolya (UV), az ennél nagyobb hullámhosszú tartományt infravörös (IR) sugárzásnak hívjuk. A látható fény színérzetét a hullámhossz határozza meg

A sugárzást alapvetően sugárzástechnikai mennyiségekkel lehet jellemezni. A gyakorlat számára a látható tartományt fénytechnikai mennyiségekkel is meg lehet határozni. A fénytechnikai érték meghatározása magában foglalja az ún. V_{λ} szemérzékenységet, amelyet a Nemzetközi Fénytechnikai Bizottság (CIE) rögzített és ez a fény hullámhosszától is függ. A félvezetők a látható fénynél szélesebb hullámhossz tartományban ($0,4 - 30\ \mu\text{m}$) használhatóak, a működés leírásához a sugárfizikai mennyiségek általánosabban használhatóak. Az analóg fogalmak elnevezése és jelölése is hasonló, a képletekben „e” (energia) index jelöli a sugárzástechnikai, és „v” (visible=látható) index a fénytechnikai értékeket.

Sugárzott teljesítménynek nevezik a sugárforrás által 1s alatt minden irányban kisugárzott energiát:

$$\Phi_{\text{e}} = \frac{dQ_{\text{e}}}{dt}$$

A sugárzott energia a sugárzott teljesítmény idő szerinti integrálja: $Q_{\text{e}} = \int \Phi_{\text{e}} \cdot dt$
Időben állandó sugárzás esetén a sugárzott teljesítmény és a sugárzott energia képlete egyszerűbb:

$$\Phi_e = \frac{Q_e}{t}, \text{ egysége W(watt), és } Q_e = \Phi_e \cdot t, \text{ egysége Ws=J}$$

A sugárzott teljesítménynek azt a részét, amelyre az emberi szem érzékeny fénysugárzásnak nevezük, Φ_v -vel jelöljük, egysége lumen (lm), a fénymennyiséget Q_v -vel jelöljük, egysége lumenmásodperc (lm·s).

A szem érzékenységet figyelembe vevő maximális fényhasznosítás értéket, más néven a fotometriai sugárzási egyenértéket, $\lambda=555$ nm hullámhosszra vonatkoztatva a szabvány $K(\lambda)_{\max}=680$ lm/W értékkel határozza meg. Ennek reciprokát az irodalomban mechanikai fényegyenértéknek nevezik, értéke:

$$M \approx 1,47 \text{ mW/lm.}$$

$$\text{A fénytelsítmény: } P = M \cdot \Phi$$

A sugárforrások jellemzői, adó oldal:

a.) Kisugárzott felületi teljesítmény.

Ha a felület minden részének azonos a sugárzása, akkor az A_s felület által kisugárzott felületi teljesítmény a sugárzott teljesítmény és a sugárzó felület hányadosa:

$$M_e = \frac{\Phi_e}{A_s}, \text{ egysége: W/m}^2.$$

A kisugárzott felületi fénysugárzás: $M_v = \frac{\Phi_v}{A_s}, \text{ egysége: lm/m}^2.$

b.) Sugárerősség.

Ha egy pontszerű sugárforrás által kisugárzott teljesítmény a tér minden irányában azonos, akkor a sugárerősség a sugárzott teljesítmény és a térszög hányadosa:

$$I_e = \frac{\Phi_e}{\Omega}, \text{ egysége W/sr.}$$

A fényerősség: $I_v = \frac{\Phi_v}{\Omega}, \text{ egysége lm/sr, SI alapegység, neve kandela, rövidítve: cd.}$

P névleges teljesítményű izzólámpára vonatkozóan a következő közelítő kifejezéssel számolhatunk:

$$I_v = 1 \frac{\text{cd}}{\text{W}} \cdot P$$

Megjegyzés: egy nagy gyertya fényerőssége kb. 1 cd, egy 60 W-os izzólámpa kb. 60 darab gyertya fényerősségével egyenlő.

A fényerősség alapegységével a fénysugárzás kifejezhető: $\Phi_v = I_v \cdot \Omega$

Egy kandela fényerősségű pontszerű fényforrás egységnyi térszögbe egy lumen fénysugárzást sugároz.

c.) Sugársűrűség.

Nagyméretű sugárforrás esetén célszerű a sugársűrűség használata, amely sugárforrásnak a sugárzás irányára merőleges felületéből kilépő sugárerősségnek és a felületnek a hányadosa:

$$L_e = \frac{dI_e}{dA_s}$$

Ha a sugárzó felületről kisugárzott teljesítmény minden dA_s felületelemről és minden $d\Omega$ térszögben azonos, akkor a sugársűrűség egyszerűen kifejezhető:

$$L_e = \frac{I_e}{A_s} = \frac{\Phi_e}{A_s \cdot \Omega}, \text{ egysége: W/m}^2 \cdot \text{sr}$$

A sugársűrűséggel kifejezhető a sugárerősség, a felületi teljesítmény és a sugárzott teljesítmény:

$$I_e = L_e \cdot A_s; \quad M_e = L_e \cdot \Omega; \quad \Phi_e = L_e \cdot A_s;$$

A fénysűrűség az előző megszorításokkal:

$$L_v = \frac{I_v}{A_s} = \frac{\Phi_v}{A_s \cdot \Omega},$$

SI egysége: $\text{lm/m}^2 \cdot \text{sr} = \text{cd/m}^2$, de több más egysége is használatos, pl. a stilb, $1 \text{ sb} = 1 \text{ cd/cm}^2 = 10^4 \text{ cd/m}^2$.

Vevőoldal jellemzői:

a.) Besugárzott felületi teljesítmény a sugárzott teljesítmény és a

besugárzott felületelem hányadosa: $E_e = \frac{d\Phi_e}{dA}$

Ha a felületre jutó teljesítmény egyenletes eloszlású, akkor

$$E_e = \frac{\Phi_e}{A}, \text{ egysége W/m}^2$$

A megvilágítás a felületre beeső fényáram és a felület hányadosa:

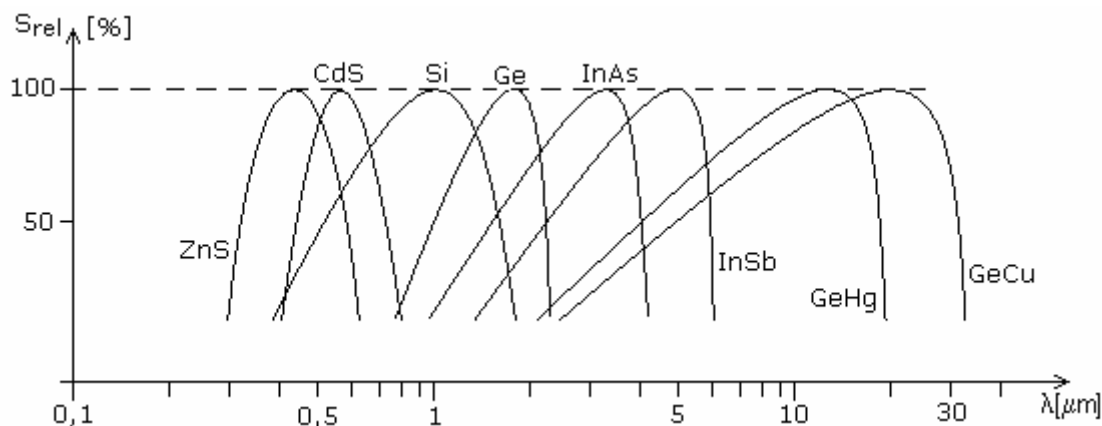
$$E_v = \frac{\Phi_v}{A} \text{ egysége a lux, } 1 \text{ lx} = 1 \text{ lm/m}^2 \approx 1,47 \text{ mW/m}^2$$

b.) Fotoelektromos hatás.

Ha a félvezető anyagot optikai sugárzás éri az elektronok mozgási energiája növekszik, egy részük a valencia sávból a vegyérték sávba kerül és a besugárzott anyag vezetőképessége megnő. Az alkatrészek tokozása általában védelmet nyújt a sugárzás zavaró hatása ellen, az optoelektronikai alkatrészek tokozása áteresztí a fényt, sőt készítenek olyan tokozást is, amely a kívánt helyre fókuszáltan juttatja a sugárzást.

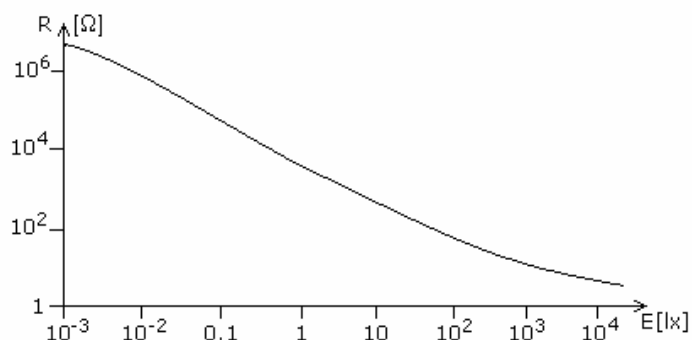
11.9.2 Fotoellenállás

Fotoellenállásokat a látható fény és a $30 \mu\text{m}$ -ig terjedő infravörös tartományban használhatunk. Többnyire vegyület típusú félvezetőkből, vagy idegen atomos szennyezéssel ellátott félvezetőkből készülnek. A szennyezéssel az IR tartományban való alkalmazhatóságot lehet elérni.



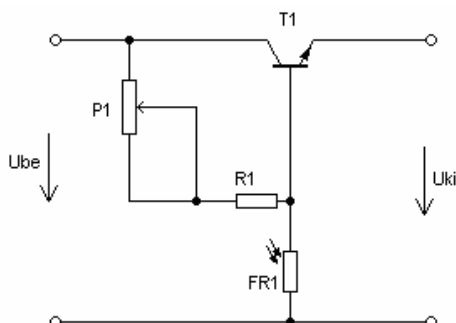
11-27. sz. ábra Félvezető anyagok spektrális érzékenysége

A 11-27. ábrán különböző félvezető anyagok spektrális érzékenysége látható, 100%-nak véve az anyag legérzékenyebb hullámhosszú besugárzásra adott választ. Az ábra szerint a cinkszulfid és a kadmium szulfid alapanyagú ellenállások relatív érzékenysége a látható fény hullámhossz tartományába esik. Egy látható fényre érzékeny fotoellenállás ellenállás változását mutatja a megvilágítás függvényében a 11-28. ábra.



11-28. sz. ábra Fotoellenállás ellenállásának változása a megvilágítás függvényében

Az ellenállás értéke növekvő megvilágítással egy minimális értékhez tart, a világos és sötét ellenállás aránya 10⁶ nagyságrendet is elérhet. A fotoellenállásokat 0,1-3 cm² hatásos felülettel gyártják, nagy érzékenyséű és olcsó alkatrészek. Hátrányuk a nagy hőmérsékletfüggés, az öregedés és a lassú működés. Fénymérőkben, automatikus szabadtéri világításkapcsolókban és kis frekvenciájú fényimpulzusokkal működő eszközökben használják. A 11-29. ábra egy világításkapcsoló áramkör részletét mutatja.



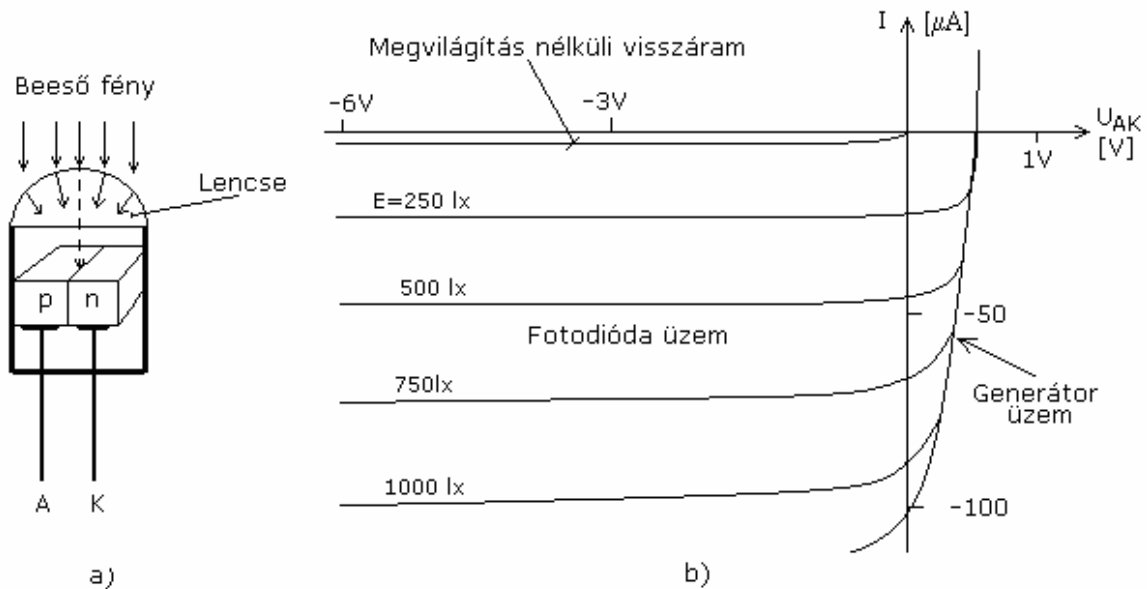
11-29. sz. ábra Világításkapcsoló áramköri részlete

Az áteresztő tranzisztor bázis előfeszültségét a fotoellenállás vezérli, sötétben a tranzisztor vezet, a potméterrel beállítható megvilágítás értékénél a fotoellenállás csökkenő értéke miatt a tranzisztor bázisa 0V közeli értékre kerül és a tranzisztor nem vezet.

11.9.3 Fotodióda

A 11-30. a) ábra a fotodióda elvi szerkezetét, a b) ábra a karakterisztikáját mutatja. A beeső fénysugarakat a lencse a pn átmenetre irányítja, a fotoelektromos hatás következtében újonnan keletkeznek szabad töltéshordozók a pn átmenetben és megváltoznak a potenciálviszonyok, a félvezető kivezetésein U_{AK} fotofeszültség mérhető. A megvilágítás növelésével a kapcsolófeszültség kissé növekszik, de telítési értéket ér el. Ezáltal fényelem keletkezett, mely áramot

képes a rákötött terhelésen áthajtani. $U_{AK}=0V$ feszültségnél a rövidzárási áramuk a megvilágítás erősségével arányos. Energia előállítás céljára megfelelően nagy felületi méretekkel gyártják és napelemeknek nevezik. Ha a fotodiódára zárófeszültséget kapcsolunk, akkor sugárdetektorként használható, a záróirányú áram a megvilágítással arányosan megnő.



11-30. sz. ábra Fotodióda a) felépítése, b) karakterisztikája

Fotodiódákat germániumból és szilíciumból gyártanak, a germánium dióda $0,5-1,7 \mu m$, a szilícium diódák $0,6-1 \mu m$ hullámhossz tartományban használhatók. A fotodióda gyors változások érzékelésére is alkalmas, határfrekvenciája a GHz nagyságrendet is elérheti, modulált fényt érzékelő kapcsolásokban is alkalmazható.

A 11-31. ábra a dióda rajzjelét mutatja fotodióda és fotoelem üzemben:



11-31. sz. ábra Fotodióda rajzjele: a) fotodióda, b) fotoelem üzemben

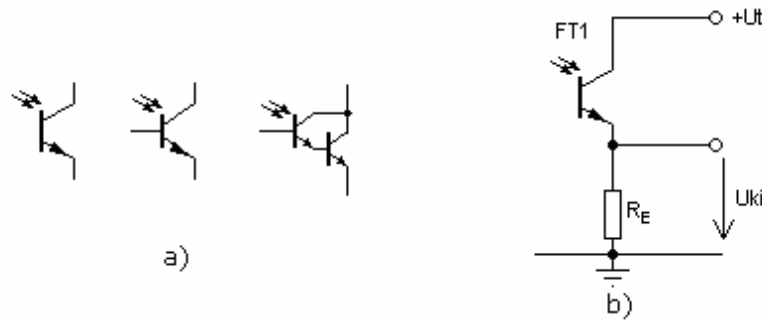
11.9.4 Foto-tranzisztor

A fototranzisztorok tokozása a bázis kollektor átmenetre koncentrálja a beeső fényt. A sugárteljesítmény hatására bázisáram indul, ami a kollektor áramot vezérli, így a fényérzékenysége a tranzisztor egyenáramú erősítése miatt sokkal nagyobb a fotodiódánál. Spektrális érzékenysége a fotodiódához hasonló, határfrekvenciájuk lényegesen alacsonyabb, 300 kHz nagyságrendű.

Nagy fényérzékenységű a Darlington fototranzisztor, amely egy emitterkövető erősítőfokozatot is tartalmaz, határfrekvenciája viszont alacsonyabb.

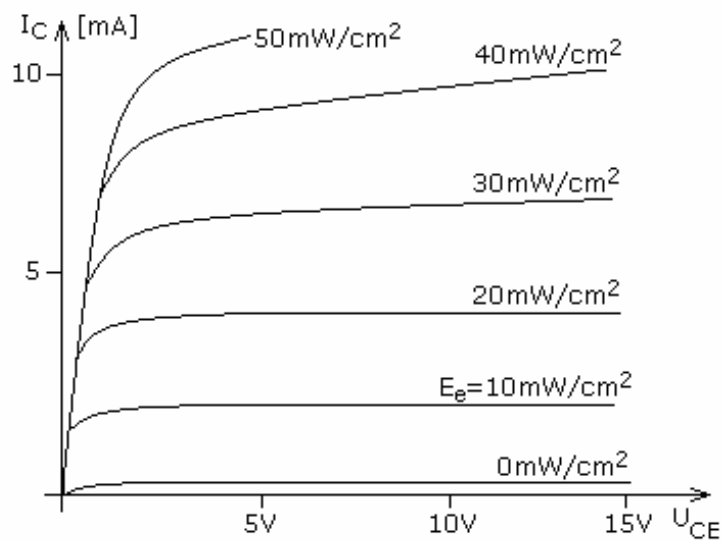
A 11-32. a) ábra bázis kivezetés nélküli, báziskivezetéses és darlington fototranzisztor rajzjelét mutatja, a b) ábrán egy földelt kollektoros fotovevő kapcsolás látható. A báziskivezetés bekötése vagy szabadon hagyása egyéb áramköri követelmények alapján dönthető el. A földelt kollektoros fotovevő kimeneti feszültsége a tranzisztor áramerősítési tényezőjével és a fény hatására létrejövő I_F bázisárammal számítható:

$$U_{ki} = B \cdot R_E \cdot I_F$$



11-32. sz. ábra Fototranzisztor a) rajzjele, b) fotovevő alapkapcsolása

A 11-33. ábrán egy fototranzisztor jelleggörbéit láthatjuk a besugárzott felületi teljesítménnyel paraméterezve.



11-33. sz. ábra Fototranzisztor jelleggörbéje

A fotovevőknek széleskörű alkalmazási területe van a mérés technikában, üvegszálás átvitel technikában, optocsatolóknak, fény sorompókban, stb.

11.9.5 Világító dióda

A vezető irányban működő dióda pn átmenete elektronokban és lyukakban dúsított, a töltéshordozók egy része egymással rekombinálódnak. A rekombinációnál egy elektron a vezetési sávból a valenciasávba, az atommag körül keringő elektron energia szintjére kerül, ezzel egyidejűleg a vezetési sáv és a valenciasáv közötti energia különbséget leadja. A többlet energia hőenergiává, vagy sugárzási energiává, fotonná alakul. Az így keletkező sugárzás nem az anyag hőmérséklete, hanem a töltéshordozók zárórétegbe történő injektálása által keletkezik (hidegen sugárzó), a jelenséget injekciós lumineszcenciának nevezik. A fényt kibocsátó diódát az angol szavak kezdőbetűiből (Light Emitting Diode) képzett műszóval LED-nek is nevezik. A sugárzás létrejötte és hullámhossza az alkalmazott anyagtól függ. Néhány dióda alapanyag tulajdonságait tartalmazza 11-34. ábra.

Alapanyag	Maximális fényerősséghez tartozó hullámhossz [nm]	Szín
Indium-antimonid	6.900	Infravörös
Indium-arzenid	3.450	Infravörös
Gallium-antimonid	1.770	Infravörös
Indium-foszfid	985	Infravörös
Gallium-arzenid	900	Infravörös
Gallium-arzenid-foszfid	655	Vörös
Gallium-arzenid-foszfid	635	Világos piros
Gallium-arzenid-foszfid	583	Sárga
Gallium-foszfid	565	Zöld
Gallium-nitrit	490	Kék

11-34. sz. ábra Világító dióda félvezető alapanyagok tulajdonságai

A legnagyobb sugárzási hatásfokot az infravörös tartományban sugárzók érik el, pl. a TIXL 12 típusú GaAs dióda hatásfoka 25 °C-on és 40 mA nyitóirányú áramnál kb. 11%, a látható fénytartományban sugárzó diódák hatásfoka 1% alatt van. A diódák nyitóirányú feszültsége típustól függően 1,3-4 V közötti érték. A GaAs, GaAsP és a GaP diódák Φ_e sugárzási teljesítménye a nyitóirányú árammal egyenesen arányos.

A diódákat szaggatott nyitóirányú árammal impulzus üzemben is lehet működtetni, azaz impulzus modulált sugárzás adóként is használhatók.

Világító dióda rajzjele látható a 11-35. ábrán.



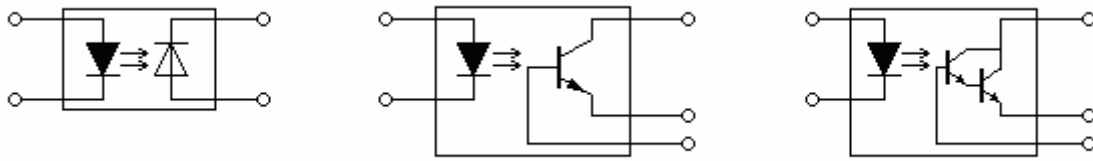
11-35. sz. ábra Világító dióda rajzjele

A világító diódák felhasználási területe sokrétű. Egyszerű kijelzőként előnyös kis mérete és gyakorlatilag korlátlan élettartama miatt. Fotoadóként használható optocsatolóknak, fényzorompókban, üvegszálak átviteltechnikában.

11.9.6 Optikai csatoló

Világító dióda és fotodióda, vagy fototranzisztor egy tokba építésével optikai csatolót, röviden optocsatolót kapunk. Két áramkör közötti kapcsolatot lehet megvalósítani galvanikus összekötés nélkül. A csatolást fény hozza létre és mivel az eszközben ez csak egy irányú lehet a vevő áramkör nem hat vissza a meghajtó fokozatra. A jó hatásfok eléréséhez infravörös sugarat használnak GaAs diódával és Si fotovevővel. Az optocsatolók analóg és digitális jelek átvitelére egyaránt alkalmasak. Az adó és vevő oldal közötti átütési szilárdság elérheti a 10 kV-ot.

Belső felépítésüket a 11-36. ábra szemlélteti:



11-36. sz. ábra Optocsatolók belső felépítése

A csatolók a vevőoldalon integrált erősítőt is tartalmazhatnak. Fontos jellemző az I_{ki}/I_{be} csatolási viszony, amely 0,1-500 közötti érték, valamint a határfrekvencia, amelyet elsősorban a fotovevő határoz meg, értéke 10 MHz és 30 kHz között van.

Fénysorompónak nevezzük az alkalmazást ha a foto-adó és -vevő egységek között a fény nagyobb távolságot hidal át, megfelelő lencserendszert alkalmazva a távolság több tíz méter is lehet. Őrzésre, automatikus kapuvezérlésre, a fény útját megszakító ok számlálására lehet használni.

11.10 Ellenőrző kérdések

1. Rajzolja fel a dióda karakterisztikáját és adja meg nevezetes értékeit!
2. Adja meg a dióda áramának képletét!
3. Rajzoljon fel egy egyutas együtemű egyenirányító kapcsolást!
4. Hogyan lehet csökkenteni a kimeneti egyenfeszültség lüktetését?
5. Rajzolja fel a Graetz kapcsolást és adja meg a bűgőfeszültség képletét szűrőkondenzátort alkalmazva!
6. Zener diódát általában milyen célra alkalmazzák?
7. Miért előnyös a Schottky dióda?
8. PN átmenet milyen jelenségét használják ki a VARICAP diódáknál?
9. Rajzolja fel egy NPN tranzisztor rajzjelét! Mi az összefüggés a tranzisztor bázis és kollektor árama között?
10. Rajzolja fel a földelt emitteres alkapcsolást. Milyen paraméterektől függ az erősítő feszültségerősítése?
11. Mekkora a földelt bázisú kapcsolás feszültségerősítése a földelt emitteres kapcsoláshoz viszonyítva?
12. Mekkora a földelt kollektorú kapcsolás feszültségerősítése?
13. Mit nevezünk fényáramnak és mi a mértékegysége?
14. Mi a fényerősség képlete és mértékegysége? Egy gyertya fényerőssége mekkora?
15. Mi a fotoellenállás előnye és hátránya?
16. Hasonlítsa össze a foto diódát és a foto tranzisztort!
17. Mi a hidegen sugárzás? Mekkora a LED-ek nyitóirányú feszültsége?
18. Hol alkalmazzák az optikai csatolókat?

12 Felhasznált irodalom

- [1] HOLICS László: **Fizika**. Budapest, Műszaki Könyvkiadó, 1992
- [2] Dr. FODOR György: **Hálózatok és rendszerek analízise**. Budapest, Műegyetemi Kiadó, 1995
- [3] U. Tietze – Ch Schenk: **Analóg és digitális áramkörök**. Budapest, Műszaki Könyvkiadó, 1990
- [4] TEXAS: **Optoelektronikai receptek**. Budapest, Műszaki Könyvkiadó, 1979